

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
24 января 2023 г., протокол № 5

И.о. заведующего кафедрой



Н.В. Ларин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению лабораторных работ
по дисциплине (модулю)
«Динамические модели экономики»

основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы магистратуры

по направлению подготовки
01.04.02 Прикладная математика и информатика

с направленностью (профилем)
Перспективные методы искусственного интеллекта
в сетях передачи и обработки данных

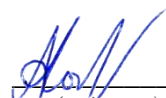
Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010402-01-22

Тула 2023 год

Разработчик методических указаний

Кочетыгов А.А., профессор каф. ПМиИ, к.т.н., доцент
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

Лабораторные работы дисциплины «Динамические модели экономики» занимают значительную долю в изучении этого предмета является.

Лабораторные работы позволяют практически овладеть методологией экономико–математического моделирования и наиболее типичными методами и моделями при решении задач управления организационными системами, экономическими объектами, проведении научных исследований.

Решение типовых задач курса базируется на учебных пособиях:

1. Кочетыгов, А.А. Математические модели в экономике: учеб. пособие / А.А. Кочетыгов; ТулГУ. – Тула: Изд–во ТулГУ, 2017. – 335 с.
2. Кочетыгов, А.А. Моделирование экономических систем: учеб. пособие / А.А. Кочетыгов; ТулГУ. – Тула: Изд–во ТулГУ, 2012. – 292 с.
3. Кочетыгов А.А. Математическая статистика. Решение задач с использованием пакета SPSS: Учеб. пособие/Тула: Изд–во ТулГУ, 2011. 156 с.
4. Кочетыгов А.А. Математическая статистка. Учеб. пособие. Тула: ТулГУ, 2017. – 335 с.
5. Кочетыгов А.А. Случайные процессы. Учеб. пособие. Тула: ТулГУ, 2020. – 30 с.
6. Кочетыгов А.А., Толоконников Л.А. Основы эконометрики. Учеб. пособие. – М: ИКЦ «Март», Ростов н/д: Издательский центр «Март». 2007. – 344 с.

В эти пособиях приведены решения практически всех основных изучаемых вопросов. В конце каждой главы предлагаются индивидуальные задачи для каждого студента.

Дополнительно в качестве самостоятельных (аттестационных) предлагаются типовые задания с индивидуальными исходными данными.

Необходимо квалифицированно отвечать на контрольные вопросы по каждой работе.

Возможны следующие задания (лабораторные работы) по курсу.

Задание 1. Общие издержки фирмы описываются функцией от объёма выпуска зависимостью $C(q)$. Известна функция спроса $D(P)$.

1. Определить предельные издержки фирмы, их минимальное значение и объём производства при минимальных предельных издержках.
2. Найти функцию предложения этой конкурентной фирмы $S(P)$.
3. Найти оптимальный объём производства и соответствующую цену для фирмы–монополиста при заданной функции спроса.
4. Определить коэффициент превышения оптимальной цены фирмы–монополиста относительно соответствующих издержек.

Таблица исходных данных для задания по вариантам

№	Валовые издержки фирмы $C(q)$	Функция спроса $D(P)$
1	$C(q) = 749q - 4,4q^2 + 0,009q^3$	$D(P) = 984 - 0,17P$
2	$C(q) = 693q - 4,3q^2 + 0,0096q^3$	$D(P) = 840 - 0,12P$

3	$C(q) = 931q - 4,8q^2 + 0,009q^3$	$D(P) = 280 - 0,18P$
4	$C(q) = 760q - 3,6q^2 + 0,006q^3$	$D(P) = 1040 - 0,51P$
5	$C(q) = 1045q - 3,5q^2 + 0,004q^3$	$D(P) = 520 - 0,57P$
6	$C(q) = 724q - 4,4q^2 + 0,009q^3$	$D(P) = 816 - 0,15P$
7	$C(q) = 671q - 4,3q^2 + 0,0096q^3$	$D(P) = 600 - 0,13P$
8	$C(q) = 889q - 4q^2 + 0,006q^3$	$D(P) = 240 - 0,11P$
9	$C(q) = 528q - 2,6q^2 + 0,0045q^3$	$D(P) = 1008 - 0,25P$
10	$C(q) = 1098q - 3,8q^2 + 0,0044q^3$	$D(P) = 624 - 13,2P$
11	$C(q) = 1410q - 4,1q^2 + 0,004q^3$	$D(P) = 1776 - 0,35P$
12	$C(q) = 1458q - 6,6q^2 + 0,0105q^3$	$D(P) = 840 - 0,16P$
13	$C(q) = 1121q - 5,4q^2 + 0,009q^3$	$D(P) = 820 - 0,36P$
14	$C(q) = 690q - 3,5q^2 + 0,006q^3$	$D(P) = 700 - 0,25P$
15	$C(q) = 467q - 2,3q^2 + 0,004q^3$	$D(P) = 336 - 0,96P$
16	$C(q) = 755q - 4,4q^2 + 0,009q^3$	$D(P) = 1728 - 0,27P$
17	$C(q) = 495q - 3,6q^2 + 0,0099q^3$	$D(P) = 580 - 0,65P$
18	$C(q) = 1026q - 5,2q^2 + 0,009q^3$	$D(P) = 1220 - 0,54P$
19	$C(q) = 741q - 4,4q^2 + 0,009q^3$	$D(P) = 1488 - 0,19P$
20	$C(q) = 710q - 4,3q^2 + 0,0096q^3$	$D(P) = 700 - 0,25P$
21	$C(q) = 777q - 3,6q^2 + 0,006q^3$	$D(P) = 240 - 0,17P$
22	$C(q) = 544q - 2,6q^2 + 0,0045q^3$	$D(P) = 1104 - 0,21P$

Задание 2. Дана модель Солоу с производственной функцией

$$Y = K^b (E \cdot L)^{1-b},$$

где Y – выпуск, K – капитал, E – эффективность труда, L – труд, b – параметр модели.

Доля дохода капитала в общем доходе составляет b , темп прироста численности населения равен $n\%$ в год, темп прироста параметра эффективности труда составляет $g\%$ в год, а норма амортизации составляет $\delta\%$ в год.

1. Определить норму сбережения, потребление на единицу эффективного труда и капиталовооружённость эффективного труда, соответствующие «золотому правилу».

2. Считаем, что экономика изначально находится на траектории сбалансированного роста, затем норма сбережений изменилась до значения $\alpha_H\%$. Определить потребление на единицу эффективного труда до увеличения нормы сбережений, сразу после увеличения нормы сбережений и в долгосрочном периоде.

Исходные данные для анализа модели Солоу

№ ва-ри-анта	Параметр модели b	Темп прироста численности населения $n\%$	Темп прироста эффективности труда $g\%$	Норма амортизации $\delta\%$	Новая норма сбережений $\alpha_H\%$
1	0,35	1,5	3,6	4,8	20
2	0,32	1,3	2,8	6,5	34
3	0,36	2,4	2,1	3,4	21
4	0,41	1,6	1,6	2,8	24
5	0,42	2,4	2,8	4,7	34
6	0,26	0,8	2,4	2,9	38
7	0,35	1,3	1,6	4,6	28
8	0,41	1,4	2,8	2,8	34
9	0,36	1,7	2,1	7,1	41
10	0,23	2,4	1,9	4,6	24
11	0,42	1,6	2,8	2,8	34
12	0,26	2,8	2,4	2,7	25
13	0,29	1,5	2,6	4,8	26
14	0,35	1,3	2,8	2,5	34
15	0,41	2,4	2,1	3,4	41
16	0,36	1,6	3,3	2,8	24
17	0,40	2,4	2,8	5,7	34
18	0,42	2,8	2,4	2,9	38
19	0,26	1,3	1,6	5,6	40
20	0,35	1,4	2,8	2,8	34
21	0,46	1,7	2,1	6,1	41
22	0,36	2,4	1,6	4,6	24
23	0,43	1,6	2,8	2,8	34
24	0,42	2,8	2,4	4,7	25
25	0,26	1,5	3,1	4,8	18

Задание 3. Известен прирост цен за первые 3 месяца анализируемого года. Вклад в сумме $S(0)$ внесён в банк 1 января анализируемого года под $r\%$ годовых. Рассчитать покупательную способность конечной суммы выплаты банком денег клиенту через период времени T лет при различных вариантах схем начислений процентов (простые и сложные). Требуется:

1. Определить темп и индекс инфляции за 1-й квартал года.
2. Определить темп и индекс инфляции за период времени T лет при условии постоянного поквартального уровня инфляции.
3. Определить среднегодовой темп и индекс инфляции по приросту цен за первые 3 месяца.

4. Рассчитать покупательную способность конечной суммы выплаты банком денег клиенту через период времени T лет при начислении простых процентов и соответствующей прогнозируемой инфляции.

5. Рассчитать покупательную способность конечной суммы выплаты банком денег клиенту через период времени T лет при начислении сложных процентов и прогнозируемой инфляции.

6. Рассчитать брутто–ставки для схем простых и сложных процентов.

7. Проанализировать полученные результаты.

Варианты задания 5

№ варианта	Прирост цен по месяцам, %			Сумма вклада $S(0)$, тыс. руб.	Банковская ставка r , %	Период времени, T лет
	январь	февраль	март			
1	1,2	1,3	1,4	65	13	1,5
2	0,9	1,3	1,0	30	7	1,25
3	1,0	2,1	2,4	50	6	3,5
4	0,9	1,5	2,1	60	13	2,3
5	1,6	1,2	1,1	40	12	3,6
6	1,5	2,3	0,5	11	16	1,8
7	0,8	1,2	2,2	86	10	1,75
8	1,4	2,1	1,4	44	9	2,25
9	2,4	2,6	3,2	50	20	2,5
10	2,3	3,5	1,7	150	8	2,75
11	1,5	2,3	2,6	66	10	3,25
12	1,2	1,5	2,3	40	17	1,5
13	2,3	0,2	1,5	35	11	1,25
14	1,2	2,3	1,2	66	15	3,5
15	2,1	1,2	2,3	130	19	2,4
16	2,3	2,1	1,2	250	16	3,3
17	1,5	3,6	2,3	60	22	1,7
18	1,2	2,3	1,5	40	7	1,75
19	2,3	1,5	1,2	70	14	2,25

Задание 4. Исследовать эффективность финансовой операции по имеющейся информации о последовательности взаимных платежей кредитора (инвестора) и дебитора.

1. Вычислить чистую приведённую величину потока платежей и оценить целесообразность реализации соответствующего финансового контракта со стороны инвестора. Величину банковской ставки r взять из задания 5.

2. Определить эффективную ставку финансовой операции и оценить степень рациональности контракта с учётом реальных банковских ставок.

3. Рассчитать дюрацию потока платежей инвестора и потока платежей дебитора.

4. Проанализировать полученные результаты.

Варианты задания приведены ниже.

Первая строка данных каждого варианта задания характеризует моменты платежей в днях относительно текущего (начального) момента времени.

Вторая строка данных содержит величины соответствующих платежей в тыс. руб.

Знак плюс у платежей указывает на поступление финансовых средств к инвестору, минус означает вложения (затраты) средств инвестора.

Потоки платежей кредитора и дебитора

№ вар.	Порядковые номера платежей									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	62	20	77	86	160	200	412	444	535	633
	–50	–85	18	25	–55	–80	58	120	140	23
2	0	10	45	60	120	180	365	400	510	730
	–85	20	–62	–33	60	20	–42	14	35	133
3	10	20	30	40	60	90	112	144	235	365
	–30	–85	–24	–62	–55	100	58	20	140	28
4	15	25	30	60	90	120	150	180	210	240
	–70	–85	–105	75	50	80	–58	–20	40	230
5	30	50	90	100	160	200	300	365	730	888
	–120	–85	–98	–95	–75	80	50	120	140	250
6	0	10	30	60	90	120	240	365	480	920
	–85	40	–60	–30	60	20	–55	140	35	133
7	10	20	30	40	60	90	120	240	365	480
	–30	–85	–24	–62	–55	100	58	20	140	28
8	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
	–70	–85	–105	75	50	80	–58	–20	40	130
9	60	90	120	240	480	510	600	730	760	
	–90	–35	40	25	–55	–80	58	120	140	
10	0	10	45	60	120	180	365	400	510	730
	–30	–85	–24	–62	–55	100	58	20	140	28
11	10	20	30	40	60	90	120	150	180	360
	–85	20	–62	–33	60	20	–42	14	35	133
12	15	25	30	60	90	120	150	180	210	
	–70	–25	–105	75	50	180	–58	–20	140	
13	30	60	90	120	160	200	330	360	720	750
	–12	–85	–98	–95	–75	80	50	70	140	250
14	0	10	30	60	90	120	240	360	480	
	–85	40	–60	–30	60	20	–55	140	35	
15	0	20	30	40	60	90	120	240	360	480

	-50	-85	-77	-62	-55	120	58	30	140	28
16	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
	120	185	110	15	-50	-80	-58	-20	-40	-130
17	10	20	30	40	60	90	120	150	180	360
	85	20	-60	-30	60	20	-42	-48	35	-33
18	15	25	30	60	90	120	150	180	210	
	-70	-25	-105	75	50	180	-58	-20	140	
19	30	60	90	120	160	200	330	360	720	750
	-20	-85	-60	-60	-55	120	40	30	140	50

Задание 5. Под строительство крупного объекта задан непрерывный денежный поток своей скоростью изменения в течение T лет с непрерывной годовой ставкой. Найти дисконтированную стоимость этого потока платежей. Сколько денег в абсолютном исчислении будет выделено за третий год проекта? Возврат денежных средств предусматривается ежемесячно величиной $S_{мес}$ (млн. руб./месяц, постнумерандо) сразу после окончания срока T с учётом той же непрерывной годовой ставки. Найти срок окупаемости и эффективную ставку проекта в %.

Исходные данные для расчёта

Номер варианта	Скорость изменения потока платежей (млн. руб./год) $S'(t) =$	Непрерывная годовая ставка, (%)	Срок кредита (проекта)	Возвратные платежи $S_{мес}$ млн. руб.
1.	$-0,3t^2 + 8t + 4$	6	16	18
2.	$-0,4t^2 + 7t + 5$	7	12	29
3.	$-0,2t^2 + 7t + 3,5$	8	11	27
4.	$-0,6t^2 + 12t + 6,4$	9	17	15
5.	$-0,7t^2 + 8t + 7,8$	5	14	18
6.	$-1,3t^2 + 19t + 7,8$	6	14	22
7.	$-0,5t^2 + 7t + 18$	8	15	17
8.	$-1,1t^2 + 20t + 2,4$	4	18	29
9.	$-2,1t^2 + 24t + 7,4$	11	11	19
10.	$-2,4t^2 + 33t + 4,8$	6	13	15
11.	$-0,2t^2 + 4t + 20$	9	18	22
12.	$-1t^2 + 11t + 4,1$	15	10	18
13.	$-0,2t^2 + 4t + 25$	2	23	9
14.	$-0,5t^2 + 6t + 6,2$	3	10	35
15.	$-0,8t^2 + 11t + 3,5$	4	13	17

16.	$-1,3t^2 + 17t + 14$	12	13	20
17.	$-0,7t^2 + 8t + 5$	13	11	16
18.	$-0,3t^2 + 5t + 3,2$	14	10	19
19.	$-0,8t^2 + 11t + 8,2$	10	12	8
20.	$-0,9t^2 + 14t + 3,7$	11	13	16

Задание 6. По имеющемуся тренд–сезонному временному ряду x_t ($t = \overline{1, n}$) получить прогнозную мультипликативную модель Хольта–Уинтерса и выполнить прогноз ряда на один временной шаг. Необходимо:

1. Методом наименьших квадратов или графически по первым L значениям временного ряда оценить начальные значения параметров $\hat{a}_{1,0}, \hat{a}_{2,0}$.

2. Начальное значение коэффициентов сезонности получить делением первых L фактических значений ряда x_t на их оценки, вычисленные по линейной модели $\hat{x}_t = \hat{a}_{1,0} + \hat{a}_{2,0}t$; ($t = \overline{1, L}$).

3. Параметры сглаживания принять равными: $\alpha_1 = 0,3$; $\alpha_2 = 0,2$; $\alpha_3 = 0,4$.

4. По формулам мультипликативной модели Хольта–Уинтерса произвести расчёт параметров и значений показателя x_t ($t = \overline{1, n}$), начиная с x_1 .

5. Составить таблицу и графики динамики изменения параметров:

$$t, \hat{x}_t, \hat{a}_{1,t}, \hat{a}_{2,t}, x_t, \hat{f}_t, \varepsilon_t = x_t - \hat{x}_t, \varepsilon_t^{отн} = \frac{|\varepsilon_t|}{|x_t|}, t = \overline{1, n}.$$

6. Вычислить ошибки расчётов: среднюю арифметическую, среднюю квадратическую, среднюю по модулю.

7. Сделать прогноз ряда на один шаг вперёд; т.е. получить значение x_{n+1} .

8. Составить ретропрогноз на последний цикл ряда.

9. Исследовать адекватность полученной модели.

10. Исходным данным дать физическое толкование и проанализировать полученные результаты.

Ниже приведены **варианты** значений экономических рядов.

Вариант № 1: 12,6; 24,1; 40,4; 12,8; 13,7; 24,7; 42,7; 12,6; 13,4; 25,2; 50,1; 15,2; 14,4; 27,3; 53,6; 15,7; 15,9; 29,4; 58,8; 16,4.

Вариант № 2: 28; 22; 20; 24; 27; 29; 27; 25; 30; 32; 33; 27; 26; 28; 32; 34; 29; 30; 33; 35; 36; 31; 30; 37; 38.

Вариант № 3: 8,3; 8,7; 10,3; 10,7; 9,9; 8,6; 8,9; 9,1; 10,9; 10,8; 10,2; 8,9; 9,4; 9,7; 11,2; 11; 9,4; 9,3; 10,2; 10,1; 11,1; 12,2; 10,4; 9,7.

Вариант № 4: 10,7; 9,9; 8,6; 8,9; 9,1; 10,9; 10,8; 10,2; 8,9; 9,4; 9,7; 11,2; 11; 9,4; 9,3; 10,2; 10,1; 11,1; 12,2; 10,4; 9,7.

Вариант № 5: 62,03; 69,9; 78,11; 89,14; 99,29; 111,06; 114,89; 130,13; 144,04; 166,13; 176,97; 185,06; 195,42; 202,34; 207,92; 214,57; 242,96.

Вариант № 6: 7,9; 9,2; 10,2; 10,8; 9,9; 8,8; 8,3; 8,7; 10,3; 10,7; 9,9; 8,6; 8,9; 9,1; 10,9; 10,8; 10,2; 8,9; 9,4; 9,7; 11,2.

Вариант № 7: 3; 3,8; 3,1; 3,2; 3,4; 4,7; 4,2; 4,9; 5; 5,7; 5,2; 5,1.

Вариант № 8: 19,7; 20,4; 22,8; 20,7; 21,2; 22,3; 23,4; 20,3; 20,7; 22,1; 22,7; 21,1; 21,2; 23,7; 24,2; 21,4; 21,6; 25,4; 26,5; 22,7.

Вариант № 9: 160; 130; 159; 165; 156; 141; 157; 172; 157; 145; 163; 177; 163; 150; 160; 180; 159.

Вариант № 10: 18; 17; 16; 15; 16; 14; 13; 12; 14; 13; 10; 10; 11; 10; 9; 8.

Вариант № 11: 55; 51; 50; 57; 54; 53; 59; 56; 54; 60; 58; 55.

Вариант № 12: 60,9; 60,8; 60,6; 60,4; 61,5; 65,6; 64,7; 63,8; 62,4; 67; 70,8; 68,7; 67,9; 65,2; 71,1; 74,6; 72,1; 69,4; 69,5; 72,5; 77,5; 72,8.

Вариант № 13: 10,8; 10,4; 10,3; 10,1; 11,3; 10,7; 10,5; 10,4; 12,3; 12; 11,4; 11; 13,3; 12,7; 12; 11,9.

Вариант № 14: 0,62; 0,61; 0,6; 0,63; 0,62; 0,61; 0,65; 0,64; 0,62; 0,67; 0,66; 0,65; 0,71; 0,7; 0,68.

Вариант № 15: 37,5; 37,1; 86,9; 101,5; 35,7; 47,1; 99,2; 102; 39; 35,5; 99,2; 90,5; 46,1; 45,4; 92; 92,7.

Вариант № 16: 3; 5; 6; 7; 6; 4; 6; 9; 10; 7; 5; 10; 11; 12; 9; 7; 10; 14; 12; 10; 11; 15; 13.

Вариант № 17: 8,4; 8,6; 8,8; 9,5; 8,5; 9,1; 9,2; 9,9; 9,7; 9,9; 10,1; 10,8; 10,5; 10,7; 12,2; 11,9; 12,3; 12,5; 13,2.

Вариант № 18: 15; 16; 18; 20; 17; 18; 20; 22; 19; 21; 23; 25; 20; 26; 28; 29.

Вариант № 19: 73; 75; 76; 76; 74; 73; 74; 78; 79; 77; 76; 75; 77; 80; 82; 83; 80; 79; 81; 85; 83; 81; 84.

Вариант № 20: 57; 59; 60; 58; 60; 63; 64; 62; 66; 67; 69; 68; 67; 68; 71; 69.

Вариант № 21: 13,7; 24,7; 42,7; 12,6; 13,4; 25,2; 50,1; 15,2; 14,4; 27,3; 53,6; 15,7; 15,9; 29,4; 58,8; 16,4.

Вариант № 22: 29; 27; 25; 30; 32; 33; 27; 26; 28; 32; 34; 29; 30; 33; 35; 36; 31; 30; 37; 38.

Вариант № 23: 8,3; 8,7; 10,3; 10,7; 9,9; 8,6; 8,9; 9,1; 10,9; 10,8; 10,2; 8,9; 10,2; 10,1; 11,1; 12,2; 10,4; 9,7; 9,2; 9,6; 10,8; 11,4.

Вариант № 24: 8,3; 8,7; 10,3; 10,7; 9,9; 8,6; 9,4; 9,7; 11,2; 11; 9,4; 9,3; 10,2; 10,1; 11,1; 12,2; 10,4; 9,7; 9,2; 9,6; 10,8; 11,4.

Вариант № 25: 128; 130; 132; 131; 130; 129; 129; 132; 133; 132; 131; 132; 135; 136; 135; 133; 132; 135; 137; 136; 133.

Вариант № 26: 8,9; 9,1; 10,9; 10,8; 10,2; 8,9; 9,4; 9,7; 11,2; 11; 9,4; 9,3; 10,2; 10,1; 11,1; 12,2; 10,4; 9,7; 9,2; 9,6; 10,8; 11,4.

Задание 7.

Подобрать два временных ряда экономических показателей.

Построить модель с распределённым лагом в предположении, что структура лага описывается полиномом второй степени и известна величина максимального лага L . Всем параметрам и расчётным величинам дать экономическую интерпретацию.