


МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
24 января 2023 г., протокол № 5

И.о. заведующего кафедрой
 Н.В. Ларин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению практических (семинарских) занятий по
дисциплине (модулю)
«Теория массового обслуживания»

основной профессиональной образовательной программы высшего
образования – программы магистратуры

по направлению подготовки
01.04.02 Прикладная математика и информатика

с направленностью (профилем)
Перспективные методы искусственного интеллекта
в сетях передачи и обработки данных

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010402-03-23

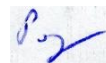
Тула 2023 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
по выполнению практических (семинарских) занятий по
дисциплине (модулю)

Разработчик:

Родионова Г.А., доцент каф. ПМИИ, к.т.н.

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

I. Цели и задачи практических занятий

Целями освоения дисциплины «Теория массового обслуживания» являются получение базовой подготовки в теории потоков случайных событий и теории массового обслуживания, знакомство студентов с основными проблемами и задачами теории массового обслуживания, принципами их решения и анализа.

Задачами освоения дисциплины являются:

- изучение основных понятий и классификаций теории массового обслуживания,
- изучение основных приемов и методов решения задач теории массового обслуживания,
- знакомство с современными проблемами теории массового обслуживания,
- знакомство с практическими приложениями теории массового обслуживания.

Целями и задачами практических занятий по дисциплине «Теория массового обслуживания» являются получение навыков решения задач теории массового обслуживания на примере марковских моделей, а также знакомство с основными принципами решения немарковских задач теории массового обслуживания.

II. Методические указания к проведению практических занятий

Занятие 1.

СМО с отказами. СМО с бесконечным ожиданием.

1. План занятия.

1. Повторение теоретического материала.
2. Выполнение заданий под руководством преподавателя.
3. Самостоятельное выполнение заданий.

2. Методические указания.

Теоретический материал представлен в лекциях № 3, № 4, п. V.1, [1, 7] (см. п. V.2)

3. Задания.

№ 1. Предположим, что у нас есть морской порт. Как лучше его спроектировать? Возможны следующие варианты:

А. строим 2 порта и в каждом из них делаем по одному причалу (одинаковое число судов у каждого),

В. строим 1 порт, но с 2-мя причалами,

С. строим 1 порт с 1 причалом и все механизмы сосредоточены в одном порту.

Какой из предложенных проектов будет оптимальным?

Решение.

Будем считать входной поток простейшим, то есть длительность обслуживания распределена по показательному закону.

Пусть входящий поток имеет интенсивность 2λ , интенсивность обслуживания одним причалом - μ , то тогда получаем:

А. в каждый из 2-х портов поступают потоки с интенсивностью λ и интенсивность разгрузки μ ;

В. поступает поток с интенсивностью 2λ и интенсивность разгрузки μ ;

С. поступает поток с интенсивностью 2λ и интенсивность разгрузки 2μ .

Коэффициент загрузки системы $\rho = \lambda/\mu$. Рассчитаем средние потери времени для каждого проекта и результаты сведем в таблицу

Средняя длительность пребывания в системе.

ρ	0,1	0,5	0,7	0,9
А.	0,22	1,000	3,266	16,200
В.	0,002	0,333	1,345	7,674
С.	0,011	0,500	1,633	8,100

Таким образом, видим, что чем больше ρ , тем больше очередь и наоборот. Из полученных данных видим, что наиболее оптимален 2-ой вариант.

№ 2. В мастерской, ремонтирующей телевизоры, работают 3 мастера. В среднем за рабочий день на ремонт поступает 8 телевизоров. Время ремонта одного телевизора в среднем занимает половину рабочего дня. Ограничений на площадь помещений практически нет. Справится ли данная мастерская с ремонтом телевизоров? если нет, то каково минимальное число мастеров, при котором мастерская справится с объемом работы?

№ 3. Есть специализированный пост диагностики автомобилей. Поток автомобилей. Прибывающих на диагностику, распределен по закону Пуассона с интенсивностью 0,85 авт. в ч. Время диагностики распределено по показательному закону и в среднем равно 1,05 ч. Если система диагностики занята, то автомобиль ожидает в очереди (на стоянке возле поста). Предполагаем, что очередь не ограничена и ни один автомобиль не уезжает не обслуженным. Требуется статистически оценить работу поста диагностики в стационарном режиме.

№ 4. В кассе метрополитена, продающей жетоны проезд, имеется два окна. Время, которое тратит касса на обслуживание одного пассажира, в среднем равно 0,5 мин. Пассажиры подходят к кассе в среднем по 3 чел./мин.

Определить:

- 1) вероятность того, что оба кассира свободны;
- 2) среднее число занятых кассиров;
- 3) среднее число пассажиров в очереди;
- 4) среднее число пассажиров у касс;
- 5) среднее время, которое пассажир проводит в очереди;
- 6) среднее время, которое пассажир тратит на приобретение жетона.

Занятие 2.

СМО с ограниченной длиной очереди.

1. План занятия.

1. Повторение теоретического материала.
2. Выполнение заданий под руководством преподавателя.
3. Самостоятельное выполнение заданий.

2. Методические указания.

Теоретический материал представлен в лекции № 4, п. V.1, [1, 7] (см. п. V.2)

3. Задания.

№ 1. В пункте диагностики автомобилей имеется 2 поста; предусмотрена стоянка для ожидающих автомобилей на 3 места. Поток автомобилей прибывающих на диагностику, распределен по закону Пуассона с интенсивностью $\lambda=0,85$ авт./ч. Время диагностики распределено по показательному закону и в среднем равно 2,5 ч.

№ 2. Пусть n -канальная СМО представляет собой вычислительный центр (ВЦ) с тремя ($n = 3$) взаимозаменяемыми ПЭВМ для решения поступающих задач. Поток задач, поступающих на ВЦ, имеет интенсивность $\lambda = 1$ задаче в час. Средняя продолжительность обслуживания $\bar{t}_{обсл} = 1,8$ час. Поток заявок на решение задач и поток обслуживания этих заявок являются простейшими.

Требуется вычислить финальные значения:

- вероятности состояний ВЦ;
- вероятности отказа в обслуживании заявки;
- относительной пропускной способности ВЦ;
- абсолютной пропускной способности ВЦ;
- среднего числа занятых ПЭВМ на ВЦ.

Определите, сколько дополнительно надо приобрести ПЭВМ, чтобы увеличить пропускную способность ВЦ в 2 раза.

№ 3. Изменить условие задачи № 1. так что в системе 3 поста, но стоянка на 2 места. В какой системе среднее время пребывания в системе меньше? А средняя длина очереди?

Занятие 3.

СМО с ограниченным временем ожидания.

1. План занятия.

1. Повторение теоретического материала.
2. Выполнение заданий под руководством преподавателя.
3. Самостоятельное выполнение заданий.

2. Методические указания.

Теоретический материал представлен в лекции № 5, п. V.1, [1, 7] (см. п. V.2)

3. Задания.

№ 1. В системе ПВО имеются две пусковые установки и специальные станции слежения, которые осуществляют наблюдение за самолетами, влетевшими в зону обстрела в момент, когда пусковые установки заняты обстрелом самолетов, появившихся в зоне ранее. Как только освобождается одна из установок, станция слежения "передает" ей самолет на обстрел при условии, что самолет еще находится в зоне обстрела.

Определить основные характеристики эффективности данной СМО, если интенсивность, с которой каждая установка обстреливает самолет, равна одному самолету в минуту, а интенсивность с которой самолеты влетают в зону, равна 0,8 самолетов в минуту. Время, в течение которого самолет находится в зоне до начала его обстрела в среднем равно 2 мин.

Данная система моделируется многоканальной СМО с "нетерпеливыми" заявками.

№ 2. С целью увеличения дальности беспосадочного полета производится дозаправка самолетов горючим в воздухе. В районе дозаправки постоянно дежурит два самолета-дозаправщика. Время дозаправки одного самолета составляет в среднем около 10 мин. Если оба дозаправщика заняты, то самолет, нуждающийся в дозаправке, некоторое время может "ожидать" (совершать полет по кругу в районе дозаправки). Среднее время ожидания - 20 мин. Самолет, не дождавшийся дозаправки, вынужден садиться на запасной аэродром. Интенсивность полетов такова, что в среднем за час в район дозаправки прибывает 12 самолетов.

Определить:

- вероятность того, что самолет будет дозаправлен;
- среднее число занятых дозаправщиков;
- среднее число самолетов в очереди;
- среднее число самолетов под обслуживанием.

№ 3. Поток клиентов, прибывающих в банк, имеет интенсивность девять клиентов в час. Продолжительность обслуживания одного клиента в среднем длится 8 мин. Поток требований является простейшим (пуассоновским), а продолжительность обслуживания распределена по экспоненциальному закону. Клиенты в среднем ожидают не более получаса, а далее уходят необслуженными. Определить основные характеристики системы.

Занятие 4. Замкнутые СМО.

1. План занятия.

1. Повторение теоретического материала.
2. Выполнение заданий под руководством преподавателя.
3. Самостоятельное выполнение заданий.

2. Методические указания.

Теоретический материал представлен в лекциях № 5, п. V.1, [1, 7] (см. п. V.2)

3. Задания.

№ 1. Два рабочих обслуживают три станка. Среднее время безотказной работы станка равно 2 ч, среднее время ремонта 20 мин. Поток требований является простейшим (пуассоновским), а продолжительность обслуживания распределена по экспоненциальному закону. Выполнить следующие задания.

1. Указать тип задачи СМО.
2. Построить граф состояний.
3. Среднее число занятых рабочих.
4. Среднее число работающих станков.

№ 2. Наладчик обслуживает группу из трех станков. Каждый станок останавливается в среднем два раза в час. Процесс наладки занимает в среднем 10 мин. Поток требований является простейшим (пуассоновским), а продолжительность обслуживания распределена по экспоненциальному закону. Определить основные характеристики системы.

№ 3. Некоторое техническое устройство имеет в своем составе одно основное реле и два запасных. Все реле одинаковые. При отказе первого из них начинает функционировать второе, при отказе второго – третье. В случае отказа третьего устройство выходит из строя.

Вероятность отказа каждого из реле распределена по показательному закону, интенсивность отказа – 0.1 отказа/час. На замену реле в среднем тратится 2 часа. Время, затрачиваемое на замену, является случайной величиной распределенной по показательному закону. Определить основные характеристики системы.

Занятие 5.

СМО с взаимопомощью между каналами.

1. План занятия.

1. Повторение теоретического материала.
2. Выполнение заданий под руководством преподавателя.
3. Самостоятельное выполнение заданий.

2. Методические указания.

Теоретический материал представлен в лекции № 5, п. V.1, [1, 7] (см. п. V.2)

3. Задания.

№ 1. Два рабочих обслуживают три станка. Как только наступает заявка, рабочие совместно начинают работу. Если появляется новая заявка, один из рабочих переключается на нее. Среднее время безотказной работы станка равно 2 ч, среднее время ремонта 20 мин. Поток требований является простейшим (пуассоновским), а продолжительность обслуживания распределена по экспоненциальному закону. Выполнить следующие задания.

1. Указать тип задачи СМО.
2. Построить граф состояний.
3. Определить основные характеристики качества данной СМО.

№ 2. Рассмотрим работу n -канальной системы ПВО, на вход которой поступают самолеты противника. Под каналом обслуживания будем понимать канал наведения (совокупность средств, обеспечивающих стрельбу по воздушной цели). Пусть при появлении первого самолета все n каналов начинают обстрел и продолжают его до поражения (или до выхода самолета из зоны попадания). При появлении очередного самолета часть каналов переключается на его обстрел и т.д. до тех пор, пока не будут заняты все каналы. Самолеты, пролетающие в момент, когда все каналы заняты, минуют зону не обстреляемыми.

Определить пропускную способность такой СМО, если в среднем за минуту над зоной пролетают два самолета $\lambda=2$, система включает четыре канала наведения $n=4$, производительность каждого канала $\mu=0,333$ самолета в минуту.

№ 3. Пусть взаимопомощь между каналами равномерная, т.е. как только поступает очередная заявка на перевозку зерна, часть машин переключается на выполнение этой заявки и т.д. до тех пор, пока каждая заявка не будет обслуживаться только одной машиной. Если в это момент поступает очередная заявка, то получает отказ. Интенсивность входящего потока заявок $\lambda=0,25$ заявок в час. Интенсивность обслуживания одним каналом $\mu=0,083$ заявки в час. Число каналов обслуживания $n=5$. Найти и сравнить пропускные способности системы для двух типов взаимопомощи между каналами:

№ 4. В условиях упражнения № 3 найти и сравнить время, которое затрачивается на обслуживание одной заявки для двух типов взаимопомощи между каналами:

- равномерной,
- все как один.

Занятие 6.
Основные приемы моделирования СМО
с непуассоновскими потоками событий.
Выполнение контрольной работы.

1. План занятия.

1. Повторение теоретического материала.
2. Выполнение заданий под руководством преподавателя.
3. Выполнение контрольной работы.

2. Методические указания.

Теоретический материал представлен в лекции № 6,
 п. V.1, [1, 7] (см. п. V.2)

3. Задания.

№ 1. С помощью метода введения дополнительной переменной и использования формулы Поллячека-Хинчина найти характеристики системы $M|G|1$.

1. Найти производящую функцию $R(z)$ в случае, когда время обслуживания требований имеет экспоненциальное распределение, и явный вид вероятностей P_i .
2. Получить выражения для среднего числа требований в системе.
3. Используя полученные формулы, найти среднее число требований в системе, у которой время обслуживания имеет распределение
 - Эрланга порядка k ,
 - равномерное на отрезке $[t_1; t_2]$.

№ 2. С помощью метода вложенных цепей Маркова определить характеристики системы $M|G|1$.

Найти распределение требований в моменты окончания обслуживания в системе $M \times |G|1$, отличающейся от классической системы $M|G|1$ тем, что требования приходят группами, поток групп является простейшим с параметром λ , число требований в группе имеет распределение f_k с производящей функцией $f(z) = \sum f_k z^k$

Проведение контрольной работы (см. раздел III).

III. Контрольные мероприятия

Перед проведением текущей аттестации выполняется контрольная работа в виде теста. Планируется ее проведение на последнем занятии. На выполнение отводится до 0,5 академического часа.

Варианты вопросов контрольной работы.

1. Что называется потоком событий:
 - 1) последовательность однородных событий, появляющихся одно за другим в случайные моменты времени;
 - 2) последовательность неоднородных событий, появляющихся одно за другим в случайные моменты времени;
 - 3) последовательность однородных событий, появляющихся одно за другим в определенные моменты времени;
 - 4) последовательность однородных событий, математическое ожидание числа вызовов которых находится в промежутке $[0; t)$.
2. Простейший поток – это поток событий, обладающий свойствами:
 - 1) стационарности, отсутствия последствия и ординарности;
 - 2) стационарности, последствия и ординарности;
 - 3) стационарности, ординарности и однородности;
 - 4) стационарности, последствия и однородности.
3. Под эффективностью функционирования СМО понимают:
 - 1) пропускную способность СМО
 - 2) качество обслуживания заявок
4. Для одноканальной СМО с отказами абсолютная пропускная способность равна интенсивности
 - 1) входящего потока заявок на обслуживание
 - 2) выходящего потока обслуженных заявок
 - 3) потока обслуживания заявки каналом
5. Для m -канальной СМО замкнутого типа вероятность того, что поступившая заявка тут же будет принята к обслуживанию, равна вероятности того, что в момент поступления менее m источников находятся в состоянии
 - 1) активном
 - 2) пассивном

IV. Требования при подведении итогов текущей и промежуточной аттестаций, определяющие условия, при которых цикл практических занятий считается зачтенным

Дисциплина состоит из теоретического курса с практическими занятиями, завершающегося зачетом.

Знания студентов по дисциплине оцениваются по 100-бальной системе со следующими диапазонами баллов:

Академическая оценка (по 4-бальной системе)	Неудовлетво рительно	Удовлетвор ительно	Хорошо	Отлично
Бальная оценка (по 100- бальной системе)	От 0 до 39 включительн о	От 40 до 60 включитель но	Свыше 60 до 80 включитель но	Свыше 80 до 100 включительн о

Бальная оценка по дисциплине определяется как сумма баллов, набранных студентом в результате работы в семестре (текущий контроль успеваемости, 60 баллов) и на экзамене (промежуточная аттестация, 40 баллов).

Бальная оценка текущего контроля успеваемости складывается из следующих показателей:

- посещаемость — 0-10 баллов;
- выполнение контрольной работы — 0-15 баллов;
- выполнение рефератов — 0-20 баллов;
- подготовка к практическим занятиям и выполнение домашних заданий — 0-15 баллов.

Цикл практических занятий за семестр считается зачтенным при условии выполнения контрольной работы и наличии отчета по домашним заданиям.

V. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.

V.1. Основная литература

1. Бродецкий Г. Л. Экономико-математические методы и модели в логистике. Поток событий и системы обслуживания : учебное пособие для вузов / Г. Л. Бродецкий .— 2-е изд., стер. — Москва: Академия, 2011. — 267 с.
2. Вентцель Е.С. Исследование операций : задачи, принципы, методология : учеб. пособие / Е.С. Вентцель. — 5-е изд., стер. — М.: Высш. шк., 2010. — 191 с.

V.2. Дополнительная литература

1. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения : учеб. пособие для вузов / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. — 2-е изд., стер. — М.: Высш. шк., 2000. — 383 с.
2. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / Л. Клейнрок; пер. с англ. И.И. Грушко; под ред. В.И. Неймана. — М.: Машиностроение, 1979. — 431с.
3. Кудрявцев Е.М. GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем / Е.М. Кудрявцев. — М.: ДМК, 2004. — 320 с.
4. Новиков О.А. Прикладные вопросы теории массового обслуживания / О.А. Новиков, С.И. Петухов; под ред. Б.В. Гнеденко. — М. : Сов. радио, 1969. — 399 с.
5. Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории массового обслуживания / Л.А. Овчаров. — М.: Машиностроение, 1969. — 324 с.
6. Саати Т.Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения / Т.Л. Саати; пер. с англ. Е.Г. Коваленко; под ред. И.Н. Коваленко; предисл. Б.В. Гнеденко. — 2-е изд. — М.: Сов. радио, 1971. — 520 с.
7. Четыркин Е.М. Теория массового обслуживания и ее применение в экономике / Е.М. Четыркин. — М.: Статистика, 1971. — 103 с.

V.3. Периодические издания

1. Математическое моделирование / РАН. — М.: Наука.
2. Прикладная математика и механика / РАН. — М.: НАУКА.
3. Теория вероятностей и ее применения / Российская академия наук. — М.: Наука.

V.4. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. <http://www.intuit.ru/studies/courses/676/532/info> — Интернет-университет информационных технологий
2. www.allmath.ru/operation.htm - математический портал, содержащий учебные материалы по математическим дисциплинам.