


МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»**

**Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Прикладная математика и информатика»**

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
24 января 2023 г., протокол № 5

И.о. заведующего кафедрой

 Н.В. Ларин

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
«Линейная алгебра»**

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

с направленностью (профилем)
Искусственный интеллект и анализ данных

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010302-02-23

Тула 2023 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
рабочей программы дисциплины (модуля)

Разработчик:

Ларин Н.В., доцент каф. ПМииИ, д.ф.-м.н.

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

1 Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины (модуля) является формирование математической культуры студента, фундаментальной подготовки по основным разделам алгебры, овладения современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

- изучение базовых понятий и формирование математической культуры в области линейной алгебры;
- освоение методов линейной алгебры для решения теоретических и прикладных задач;
- приобретение навыков работы с учебной и научной литературой по линейной алгебре.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина (модуль) относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы.

Дисциплина (модуль) изучается в пятом семестре.

3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (формируемыми компетенциями) и индикаторами их достижения, установленными в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы, приведён ниже.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

Знать:

- 1) базовые знания, полученные в области математических и естественных наук (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.1);
- 2) существующие математические методы и системы программирования для решения прикладных задач (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.1).

Уметь:

- 1) использовать в профессиональной деятельности фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.2);
- 2) использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.2);

Владеть:

- 1) навыками решения задач профессиональной деятельности на основе полученных теоретических знаний (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.3);
- 2) методами и современными системами программирования для разработки и реализации алгоритмов (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.3);

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

4 Объем и содержание дисциплины (модуля)

4.1 Объем дисциплины (модуля), объем контактной и самостоятельной работы обучающегося при освоении дисциплины (модуля), формы промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Номер семестра	Формы промежуточной аттестации	Общий объем в зачетных единицах	Общий объем в академических часах	Объем контактной работы в академических часах						Объем самостоятельной работы в академических часах
				Лекционные занятия	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные работы	Клинические практические занятия	Консультации	Промежуточная аттестация	
Очная форма обучения										
5	ДЗ	4	144	32	32	–	–	-	0,25	79,75
Итого	–	4	144	32	32	–	–	-	0,25	79,75

Условные сокращения: Э – экзамен, ЗЧ – зачет, ДЗ – дифференцированный зачет (зачет с оценкой), КП – защита курсового проекта, КР – защита курсовой работы.

4.2 Содержание лекционных занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Темы лекционных занятий
5 семестр	
1	Обзор содержания курса. Основные понятия теории множеств. Способы задания множеств. Операции над множествами. Теоретико-множественные тождества. Прямое произведение множеств.
2	Соответствие между множествами. Понятие отображения множеств. Сюръективные, инъективные, биективные отображения. Примеры. Отношения на множестве. Отношения эквивалентности и порядка.
3	Понятие матрицы. Частные виды матриц. Транспонирование матриц. Линейные операции над матрицами: сложение матриц и умножение матриц на число. Умножение матриц.
4	Определители второго и третьего порядков. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Способы вычисления определителей. Обратная матрица.
5	Системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными. Метод Крамера. Матричный метод. Однородные системы двух и трех линейных уравнений.
6	Скалярные и векторные величины. Понятие вектора. Линейные операции над векторами: сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число. Проекция вектора.
7	Линейная комбинация векторов. Критерии линейной зависимости векторов. Базис и размерность пространства. Условие коллинеарности двух векторов. Координаты вектора. Ориентация пространства.

№ п/п	Темы лекционных занятий
8	Определение скалярного произведения двух векторов. Свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения двух векторов через их координаты.
9	Определение векторного произведения. Свойства векторного произведения. Выражение векторного произведения двух векторов через их координаты.
10	Смешанное произведение векторов. Выражение смешанного произведения трех векторов через их координаты. Условие компланарности трех векторов.
11	Понятие линейного оператора. Примеры. Матрица линейного оператора. Изометрический оператор. Линейные операции над линейными операторами. Произведение линейных операторов. Определитель произведения двух матриц. Геометрический смысл определителя матрицы линейного оператора. Обратный оператор и его матрица.
12	Бинарная алгебраическая операция. Полугруппы и моноиды. Группы. Абелева группа. Кольца и поля. Числовые поля. Примеры.
13	Арифметическое n -мерное пространство R^n . Линейная зависимость векторов. Ранг системы векторов. Базис и координаты векторов в пространстве R^n .
14	Определение линейного пространства. Примеры. Линейная зависимость. Базис и координаты. Размерность. Изоморфизм конечномерных линейных пространств.
15	Подпространства. Основные понятия. Линейная оболочка совокупности векторов. Сумма и пересечение подпространств. Прямое дополнение. Размерность суммы подпространств.
16	Определитель n -го порядка. Основные свойства определителей. Разложение определителя по строке или столбцу. Алгебраические дополнения. Миноры. Связь дополнительных миноров с алгебраическими дополнениями. Теорема Лапласа. Умножение определителей.
17	Методы вычисления определителей: метод обращения в ноль всех, кроме одного, элементов столбца или строки; метод приведения к треугольному виду; метод выделения линейных множителей; метод рекуррентных соотношений.
18	Обратная матрица. Матричные уравнения. Характеристический полином. Полиномы от матриц. Теорема Кэли-Гамильтона.
19	Ранг матрицы и его основные свойства. Элементарные преобразования матрицы. Вычисление ранга матрицы. Применение элементарных преобразований к отысканию обратной матрицы. Теорема о базисном миноре. Условие равенства нулю определителя. Ранг системы векторов и его связь с рангом матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймления.
20	Основные понятия о системах линейных уравнений: матрицы системы, решение системы, элементарные преобразования системы. Точные методы решения систем линейных уравнений: метод Гаусса, правило Крамера.
21	Разрешимость системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Совместные системы. Системы однородных линейных уравнений. Связь между решениями однородной и неоднородной систем.
22	Определение линейной формы. Общий вид линейной формы на n -мерном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при изменении базиса. Пространство линейных форм.
23	Определение билинейной формы. Общий вид билинейной формы на n -мерном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при изменении базиса. Квадратичная форма. Соответствие между билинейными и квадратичными формами.
24	Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа. Метод Якоби. Метод ортогонального преобразования. Закон инерции квадратичных форм. Индексы и ранг квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы. Индекс и ранг. Матрица Грама. Критерий Сильвестра.

№ п/п	Темы лекционных занятий
25	Определение линейного оператора на n -мерном пространстве. Общий вид. Действия над линейными операторами. Линейное пространство линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Ядро и образ оператора. Обратный оператор. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Каноническая форма Жордана.
26	Определение евклидова пространства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами. Ортогональность. Теорема Пифагора.

4.3 Содержание практических (семинарских) занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Темы практических (семинарских) занятий
<i>5 семестр</i>	
1	Элементы теории множеств.
2	Матрицы. Операции над матрицами.
3	Определители второго и третьего порядков. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Способы вычисления определителей. Обратная матрица.
4	Системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными. Метод Крамера. Матричный метод. Однородные системы двух и трех линейных уравнений.
5	Контрольная работа № 1.
6	Бинарная алгебраическая операция. Полугруппы и моноиды. Группы. Абелева группа. Кольца и поля. Числовые поля.
7	Арифметическое n -мерное пространство R_n . Линейная зависимость векторов. Ранг системы векторов. Базис и координаты векторов в пространстве R_n .
8	Определение линейного пространства. Примеры. Линейная зависимость. Базис и координаты. Размерность. Изоморфизм конечномерных линейных пространств.
9	Подпространства. Основные понятия. Линейная оболочка совокупности векторов. Сумма и пересечение подпространств. Прямое дополнение. Размерность суммы подпространств.
10	Определитель n -го порядка. Основные свойства определителей. Разложение определителя по строке или столбцу. Алгебраические дополнения. Миноры. Связь дополнительных миноров с алгебраическими дополнениями. Теорема Лапласа. Умножение определителей.
11	Методы вычисления определителей: метод обращения в ноль всех, кроме одного, элементов столбца или строки; метод приведения к треугольному виду; метод выделения линейных множителей; метод рекуррентных соотношений.
12	Обратная матрица. Матричные уравнения. Характеристический полином. Полиномы от матриц. Теорема Кэли-Гамильтона.
13	Ранг матрицы и его основные свойства. Элементарные преобразования матрицы. Вычисление ранга матрицы. Применение элементарных преобразований к отысканию обратной матрицы. Теорема о базисном миноре. Условие равенства нулю определителя. Ранг системы векторов и его связь с рангом матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймления.
14	Контрольная работа № 2.
15	Основные понятия о системах линейных уравнений: матрицы системы, решение системы, элементарные преобразования системы. Точные методы решения систем линейных уравнений: метод Гаусса, правило Крамера.

№ п/п	Темы практических (семинарских) занятий
16	Разрешимость системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Совместные системы. Системы однородных линейных уравнений. Связь между решениями однородной и неоднородной систем.
17	Общий вид линейной формы на n -мерном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при изменении базиса. Пространство линейных форм.
18	Общий вид билинейной формы на n -мерном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при изменении базиса. Квадратичная форма. Соответствие между билинейными и квадратичными формами.
19	Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа. Метод Якоби. Метод ортогонального преобразования. Закон инерции квадратичных форм. Индексы и ранг квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы. Индекс и ранг. Матрица Грама. Критерий Сильвестра.
20	Определение линейного оператора на n -мерном пространстве. Общий вид. Действия над линейными операторами. Линейное пространство линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Ядро и образ оператора. Обратный оператор. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Каноническая форма Жордана.
21	Контрольная работа № 3.

4.4 Содержание лабораторных работ

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

4.5 Содержание клинических практических занятий

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

4.6 Содержание самостоятельной работы обучающегося

Очная форма обучения

№ п/п	Виды и формы самостоятельной работы
<i>5 семестр</i>	
1	Подготовка к практическим занятиям
2	Выполнение домашних заданий
3	Подготовка к контрольным работам
4	Подготовка к промежуточной аттестации и ее прохождение

5 Система формирования оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося

Очная форма обучения

Мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося			Максимальное количество баллов
5 семестр			
Текущий контроль успеваемости	Первый рубежный контроль	Оцениваемая учебная деятельность обучающегося:	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических занятиях	8
		Выполнение домашних заданий	8
		Выполнение контрольной работы № 1	10
		Итого	30
	Второй рубежный контроль	Оцениваемая учебная деятельность обучающегося:	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических занятиях	8
		Выполнение домашних заданий	8
		Выполнение контрольной работы № 2	5
		Выполнение контрольной работы № 3	5
		Итого	30
Промежуточная аттестация	Дифференцированный зачет		40 (100*)

* В случае отказа обучающегося от результатов текущего контроля успеваемости

Шкала соответствия оценок в стобалльной и академической системах оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Система оценивания результатов обучения	Оценки			
Стобалльная система оценивания	0 – 39	40 – 60	61 – 80	81 – 100
Академическая система оценивания (экзамен, дифференцированный зачет, защита курсового проекта, защита курсовой работы)	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Академическая система оценивания (зачет)	Не зачтено	Зачтено		

6 Описание материально-технической базы (включая оборудование и технические средства обучения), необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) требуется стандартная аудитория.

7 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

7.1 Основная литература

1. Шафаревич И.Р. Линейная алгебра и геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Шафаревич И.Р., Ремизов А.О.— Электрон. текстовые данные.— М.: Физматлит,

2009.— 512 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12927>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

2. Красоленко Г.В. Аналитическая геометрия. Векторная алгебра. Теория пределов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Красоленко Г.В., Сванидзе Н.В., Якунина Г.В.— Электрон. текстовые данные.— СПб.: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 116 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/30002>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

3. Векторная алгебра, аналитическая геометрия и элементы линейной алгебры [Электронный ресурс]: варианты расчетного задания/ — Электрон. текстовые данные.— М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 64 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/23720>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

4. Березина Н.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Березина Н.А.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Научная книга, 2012.— с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6293>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

7.2 Дополнительная литература

1. Зими́на О.В. Высшая математика: учеб. пособие для вузов / О.В. Зими́на, А.И. Кириллов, Т.А. Сальникова.— 3-е изд., испр. — М.: Физматлит, 2006 .— 368с. : ил. — (Решбник; Вып.1 /под ред. А.И. Кириллова) .— ISBN 5-9221-0441-1.

8 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://window.edu.ru> – Единое окно доступа к образовательным ресурсам.
2. <http://elibrary.ru/> – Научная Электронная Библиотека eLibrary.
3. <http://cyberleninka.ru/> – КиберЛенинка — научная электронная библиотека.
4. <http://www.intuit.ru> – Национальный открытый университет «ИНТУИТ».

9 Перечень информационных технологий, необходимых для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

9.1 Перечень необходимого ежегодно обновляемого лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства

Программное обеспечение не требуется.

9.2 Перечень необходимых современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы не требуются.