

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра «Вычислительная механика и математика»

Утверждено на заседании кафедры  
«Вычислительная механика и математика»  
« 26» января 2023 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой



В.В. Глаголев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ  
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
(МОДУЛЮ)**

"Математика"

основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы бакалавриата

по направлению подготовки

**23.03.02 Наземные транспортно-технологические комплексы**

с направленностью (профилем)

**Подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины и оборудование**

Форма обучения: заочная

Идентификационный номер образовательной программы: 230302-01-21

Тула 2021 год

**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**  
**фонда оценочных средств (оценочных материалов)**

**Разработчик:**

**Соколова М.Ю., доцент, к.ф.-м.н.**

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

## 1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

## 2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

### 1 семестр

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)**

1. Вычислить объем тетраэдра с вершинами  $A(2;1;-1)$ ,  $B(1;3;2)$ ,  $C(-1;1;0)$ ,  $D(2;3;5)$ .

2. Решить систему методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 0 \\ x + y + z = 1 \\ -2x - y = 1 \end{cases}$$

3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(-2,3,1)$  перпендикулярно вектору  $\overline{AB}$ , где  $A(2,2,4)$ ,  $B(5,-1,3)$ .

4. Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2 - 24x - 5}{x^2 + x - 30}$$

5. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ . Найти сумму элементов

матрицы  $BA$ , расположенных на ее главной диагонали

6. Найти производную

$$y = \ln \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}.$$

7. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ . Определить возможность нахождения произведений  $AB$  и  $BA$ .

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)**

1. Найти  $A \cdot B \cdot C$ , если  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

2. Будут ли прямые  $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}$  и  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{-1}$  перпендикулярны?

3. Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$$

4. Вычислить производную:

$$y = x^{\sin x^3}.$$

5. Вычислить смешанное произведение векторов  $\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$ , если  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ .

6. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 0 \\ x + y + z = 1 \\ -2x - y = 1 \end{cases}$$

7. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 6x - 7}$

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)**

1. Написать оператор проектирования на ось  $OX$

2. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности найти  $x_1$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1 \\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 2 \end{cases}$$

4. Найти точку пересечения плоскости, проходящей через точки  $A(6,3,-2)$ ,  $B(6,-6,4)$ ,  $C(-2,-2,4)$  с осью  $OY$

5. Уравнение прямой привести к каноническому виду:  $\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$

6. По координатам точек  $A(4,3,-2)$ ,  $B(-3,-1,4)$ ,  $C(2,2,1)$  найти проекцию вектора  $\vec{c} = A\vec{C}$  на вектор  $\vec{d} = C\vec{B}$ .

7. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$

## 2 семестр

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)**

1. Выполнить действия над комплексными числами и укажите  $\text{Im } z$ ,

$$z = \frac{1+4i}{-i} + \frac{i-1}{3+i} + i^{10}$$

2. Вычислить неопределённый интеграл  $\int \sin x \cdot \cos^4 x dx$

3. Вычислить определённый интеграл  $\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx$

4. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями, заданными в декартовых координатах:  $y = 2x - x^2$ ,  $x + y = 0$

5. Вычислить определённый интеграл  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{5 + 4 \cos x}$

6. Найти частные производные первого порядка от функции  $z = \sin(x^2 + y^2 - x)$

7. Является ли точка  $(0,0)$  для функции  $z = 2x^3 + 2y^3 + 6xy$  точкой экстремума

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)**

1. Вычислить неопределённый интеграл  $\int \frac{x dx}{4 + x^2}$

2. Вычислить неопределённый интеграл  $\int \frac{dx}{(3 + 5x)^4}$

3. Вычислить определённый интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx$

4. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями, заданными в декартовых координатах:  $y = x^2 - 3x + 2$ ,  $y = 2 - x^2$

5. Найти частные производные первого порядка от функции  $z = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{y}$

6. Найти значение функции в точке максимума  $z = 4x + 2y - x^2 - y^2 + 15$

7. Найти экстремальное значение функции  $z = 4x + 4y - x^2 - y^2$

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)**

1. Вычислить неопределённый интеграл  $\int \frac{4 dx}{\cos^2(3 - 5x)}$

2. Найти  $F(3)$ , если график первообразной  $F(x)$  для функции  $f(x) = \frac{3}{x(x+3)}$

проходит через точку  $(1, 1)$ .

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2 - 2x + 4, \quad y = 3, \quad x = -1$$

4. Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$  функции двух переменных

$$z = 4^y \cos(2x + 3y).$$

5. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности

$$x^2 + y^2 - z^2 + 1 = 0 \text{ в точке } M_0(2, 2, 3).$$

6. Вычислить  $(1 - i)^{20}$

7. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $y = e^{-x}$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$ .

8. Исследовать на сходимость несобственный интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{(x-1)^3}$ .

### 3 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Определите тип дифференциального уравнения:

1.  $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$ ;

2.  $y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}$ ;

3.  $2(y^3 - y + xy)dy = dx$ ;

4.  $y' = e^{\frac{x}{2}} \sqrt{y}$ .

2. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}.$$

3. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$ ;

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}$ .

4. Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n(3n-1)}$ ;

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3n}$ .

5. Найти общее решение уравнения  $y'' - 4y' + 13y = 0$

6. Найти общее решение однородного уравнения и указать **вид** частного решения неоднородного уравнения  $y'' + 3y' - 4y = e^{-4x}$

7. Найти частное решение уравнения  $y'' - 3y' + 2y = 0$ , удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -1$ .

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}.$$

2. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите **вид** частного решения неоднородного уравнения:

$$y''' - y'' - y' + y = (3x + 7)e^{2x}.$$

3. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите **вид** частного решения неоднородного уравнения:

$$y'' - 4y' + 8y = e^x (5 \sin x - 3 \cos x).$$

4. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} \right)^{n^2}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)}.$$

5. Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{(n+1)!}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt[4]{2n+3}}.$$

6. Найти решение задачи Коши  $y' \sin^2 x \ln y + y = 0$  при условии  $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ .

7. Найти решение задачи Коши  $xy' + y = 3, y(1) = 0$

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)**

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$xy' + y = 3.$$

2. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' - \frac{y}{x} = xe^x.$$

3. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите **вид** частного решения неоднородного уравнения:

$$y'' + 6y' + 9y = 14e^{-3x}.$$

4. Вычислить значение интеграла  $\int_0^{0.5} xe^{-x} dx$  с точностью до 0,0001

5. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4x)^n}{3^n n}$

7. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\arctg^2 n}{n(n-1)}$

8. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2\sqrt{n}-1}$

**4 семестр**

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)**

1. Изменить порядок интегрирования.



$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f dx$$

2. Записать двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$  в виде повторного интеграла двумя

способами, если область интегрирования  $D$  ограничена линиями  $y = \frac{4}{x}$ ,  $y = x$ ,

$$x = 4.$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$x = 8 - y^2, x = -2y.$$

4. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$x^2 + y^2 = 4y,$$

$$z = 6 - x^2, z = 0.$$

5. Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода:

$$\int_L (x^2 - y^2) dx + (x^2 + y^2) dy, \text{ где } L - \text{ эллипс } x = a \cos t, y = b \sin t, \text{ пробегаемый в}$$

положительном направлении.

6. Предприятие изготавливает 95% изделий стандартных, причем из них 86% - первого сорта. Найдите вероятность того, что: 1) взятое наудачу изделие первого сорта; 2) из двух взятых изделий хотя бы одно первого сорта.

7. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

$X$	-1	5
$p$	0,3	0,7

Найти ее математическое ожидание.

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)**

1. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y = \sqrt{24 - x^2}, 2\sqrt{3}y = x^2, x = 0 \ (x \geq 0).$$

2. Вычислить криволинейный интеграл I-го рода:  $\int_L (x - 2y^2) dl$ , где  $L$  – контур треугольника с вершинами  $O(0,0)$ ,  $A(1,0)$ ,  $B(0,1)$

3. Вычислить криволинейный интеграл I-го рода:  $\int_L \sin^2 x \cos^3 x dl$ , где  $L$  – дуга кривой

$$y = \ln \sin x, \quad \pi/6 \leq x \leq \pi/4$$

4. В читальном зале имеются шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в переплёте. Библиотекарь наудачу берёт учебники один за другим до появления учебника в переплёте. Найти вероятность того, что он возьмет не более трёх учебников

5. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

$X$	1	2	3	4	5
$P$	0,15	A	0.2	0,1	0,2

Найти значение  $A$ .

6. При взвешивании получается ошибка, подчиненная нормальному закону с  $\sigma = 20$  г. Найдите вероятность того, что взвешивание будет произведено с ошибкой, не превосходящей 30 г.

7. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения

вероятностей  $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+3)^2}{32}}$ . Найти математическое ожидание  $a$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  этой случайной величины

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)**

1. Записать двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$  в виде повторного интеграла двумя способами, если область интегрирования  $D$  ограничена линиями  $y = 2x$ ,  $y = x$ ,  $x = 1$ .

2. Вычислить интеграл  $\int_L \frac{x}{y} dl$ , где  $L$  - дуга параболы  $y^2 = 2x$ , заключенная между точками  $A(2, 2)$  и  $B(8, 4)$

3. Вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями:  $y = x$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$ ,  $z = 1 - y\sqrt{y}$ .

4. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

$X$	-1	5
$p$	0,3	0,7

Найти ее дисперсию.

5. Случайная величина распределена равномерно на интервале (10; 12).

Найти ее математическое ожидание и дисперсию

6. Найти массу пластинки, ограниченной линиями  $x = 5y$ ,  $x = 0$ ,  $y = 2$  и имеющей переменную поверхностную плотность  $\rho = 2x + 3y$ .

7. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,9, а вторым - 0,85. Оба стрелка стреляют одновременно. Найти вероятность поражения цели.

**3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

1 семестр

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)**

1. Найти длину вектора  $\bar{a} + 3\bar{b}$ , если  $\bar{a} = \{9; 6; -17\}$ ,  $\bar{b} = \{1; -2; 4\}$ .
2. Прямая отсекает на оси  $Oy$  отрезок  $b = 3$  и имеет угловой коэффициент  $\frac{2}{3}$ .  
Найти ее общее уравнение.
3. Составить уравнение плоскости проходящую через три точки  $M_1(2; -1; 3)$ ,  $M_2(-1; -3; -5)$  и  $M_3(7; 3; 7)$ .
4. Даны вершины треугольника  $A(-1; -2; 4)$ ,  $B(-4; -2; 0)$  и  $C(3; -2; 1)$ . Определить (в градусах) его внутренний угол при вершине  $B$ .
5. Даны матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ . Найти значение выражения  $2A^2 - AB$
6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x^2 + 1}{x^3 + 1}$
7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$ .
8. Найти производную функции  $f(x) = (\sqrt{x} - 1) \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + 1 \right)$  в точке  $x_0 = 4$
9. Найти производную функции  $f(x) = tg(x^2 - 2x)$  в точке  $x_0 = 1$
10. Найти точки максимума функции  $f(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 - 2x^2 + 12x - 5$ .

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)**

1. Доказать, что  $A(1, 0, 7)$   $B(-1, -1, 2)$   $C(2, -2, 2)$   $D(0, 1, 9)$  лежат в одной плоскости.
2. Из начала координат опустить перпендикуляр на плоскость  $14x - 5y + 2z - 2 = 0$ .
3. Найти общее уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(-1; -5; 2)$  перпендикулярно прямой  $\frac{x+7}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-1}$ .
4. Определить ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 2 & 2 & -1 & | & 0 \\ -1 & -1 & 5 & | & 3 \end{pmatrix}$

5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$

6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 3x}{\sin x}$ .

7. Вычислить пределы используя эквивалентные замены.

а.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tg 2x}{\sin 3x}$  б.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{1/x} - 1)$

8. Найти производную функции  $f(x) = \frac{e^{-x^2}}{2x}$  в точке  $x_0 = 1$

9. Найти  $y'(x)$ , если  $y(x) = \ln \sin \frac{2x+4}{x+1} + \ctg 4$ ,

10. Найти наименьшее значение функции  $y = \frac{x}{x-x^2-1}$  на отрезке  $[-2; 2]$ .

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)**

1. Вектор  $\vec{a} = \{x; 1; 2\}$  перпендикулярен вектору  $\vec{b} = \{2; y; -4\}$ , а длина вектора  $\vec{b}$  в два раза больше длины вектора  $\vec{a}$ . Найти  $x$  и  $y$ .

2. Даны вершины треугольника  $A(-1; -2; 4)$ ,  $B(-4; -2; 0)$  и  $C(3; -2; 1)$ . Определить (в градусах) его внутренний угол при вершине  $B$ .

3. Даны вершины треугольника:  $A(3; -1; 5)$ ,  $B(4; 2; -5)$  и  $C(-4; 0; 3)$ . Найти длину медианы  $AM$ .

4. Найти точку пересечения плоскости, проходящей через точки  $A(6, 3, -2)$ ,  $B(6, -6, 4)$ ,  $C(-2, -2, 4)$  с осью  $OY$ .

5. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ . Найти сумму элементов матрицы

$BA$ , расположенных на ее главной диагонали.

6. Найти значение  $\lambda$ , при котором система  $\begin{cases} x + 2y + \lambda z = 3 \\ 4x + 5y + z = 6 \\ 7x + 8y + \lambda z = 9 \end{cases}$  будет совместна

7. Найти точки разрыва функции  $f(x) = \begin{cases} 2(x+2), & x < 0; \\ (x-2)^2, & 0 \leq x \leq 2; \\ 4x, & x > 2. \end{cases}$

8. Найти асимптоты графика функции  $y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$

9. Найти  $y'$ , если  $f(x) = \frac{e^{-x^2}}{2x} + \operatorname{tg}(x^2 - 2x)$

10. Сколько точек экстремума имеет функция  $f(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 - 2x^2 + 12x - 5$  ?

## 2 семестр

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)**

1. Вычислить  $(4 + 5i)^2(5 - 4i)$

2. Вычислить

а.  $\frac{2+3i}{4-2i} + \frac{1-3i}{2i}$  б.  $i^2 + i^3 + i^4 + i^5$

3. Вычислить интеграл используя метод подведения под знак дифференциала.

1.  $\int \sqrt[3]{3x+1} dx$       2.  $\int \frac{dx}{x+3}$       3.  $\int e^{3x+1} dx$

4. Вычислить интеграл используя метод интегрирования по частям.

1.  $\int (1-2x) \cdot \sin x dx$       2.  $\int \ln(x+1) dx$

5. Вычислить определенный интеграл  $\int_1^4 \frac{(\sqrt{x} + 2)^2}{\sqrt{x}} dx$

6. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{1}{2}x^2$ ,  $y = 4x$

7. Вычислить объём тела полученного вращением кривой  $y = x^3$  вокруг оси  $Ox$  при  $0 \leq x \leq 1$ .

8. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость.

$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$

9. Найти значения частных производных первого порядка функции  $z = (4-x)^2 y^2 + x^4(y+2)^2 + 8$  в точке  $A(2, -2)$ .

10. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $z = x^2 + y^2$  в точке  $M_0(1; -2)$

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)**

1. Записать число  $z = \sqrt{3} + i$  в тригонометрической форме

2. Комплексное число задано в тригонометрической форме:  $z = \left( \cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$ .

Записать его в алгебраической форме

3. Найти неопределенный интеграл  $\int \frac{x^3 dx}{x^2 + 4x + 8}$

4. В сумму каких простейших дробей, с какими знаменателями и числителями распадётся предложенная дробь (вывод пояснить)

1.  $\frac{x^2 + 4}{(x-2)(x-3)^2}$       2.  $\frac{x^3 + 1}{x^2(x^2 + 1)^2}$

5. Исследовать на сходимость несобственный интеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{x dx}{x^2 + 1}$

6. Вычислить определенный интеграл  $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$

7. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^1 (x+1)e^{2x} dx$

8. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 3 - 2x$

9. Найти градиент и производную функции  $z = x^2 + y^3 - xy$  в точке  $A(1; -1)$  по направлению вектора  $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

10. Найти частную производную второго порядка  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  функции  $z = \ln(2x + 3y)$ .

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)**

1. Изобразить на комплексной плоскости точки и указать им сопряжённые  $z_1 = 2 + 3i$ ,  $z_2 = -2 + 3i$ ,  $z_3 = -5$ ,  $z_4 = 2i$ .

2. Вычислить  $(-1 - i\sqrt{3})^{50}$

3. Найти неопределенный интеграл  $\int x^2 e^{2x} dx$

4. Найти неопределенный интеграл  $\int \frac{x^2 dx}{(x+2)^2(x+1)}$

5. Вычислить определенный интеграл  $\int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$

6. Вычислить определенный интеграл  $\int_3^8 \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx$ .

7. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $y = e^x$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$ .

8. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \cos x$ ,  $y = 0$ ,  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

9. Исследовать на сходимость несобственный интеграл  $\int_0^2 \frac{dx}{(x-2)^5}$ .

10. Найти экстремумы функции  $z = x^2 + y^2 - 3x - 6y + xy$ .

### 3 семестр

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)**

1. Решить дифференциальное уравнение  $y' = e^{4x-2y}$

2. Решить дифференциальное уравнение  $y' - y \cdot \operatorname{tg} x = \sin x$

3. Решить дифференциальное уравнение  $\cos^2 y \cdot \operatorname{ctg} x dx + \sin^2 x \cdot \operatorname{tg} y dy = 0$

4: Найти общее решение дифференциального уравнения  $y^{IV} + y'' = 0$

5: Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - y' - 2y = 0$

6: Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 6y' + 9y = 0$

7: Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 3}{n^2 + 7}$

8. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{n(n+1)}}$

9. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n n}$

10. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n}$

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)**

1. Определить тип дифференциального уравнения  $y' \sin^2 x \ln y + y = 0$ .

2. Определить тип дифференциального уравнения  $y' - y \cdot \operatorname{tg} x = \sin x$ .

3. Решить дифференциальное уравнение  $y' - 4xy = -4x^3$ .

4. Решить дифференциальное уравнение  $(4 + x^2)y' + 2y = \arctg \frac{x}{2}$

5: Найти общее решение дифференциального уравнения  $y^{IV} = 12x$

6: Найти общее решение дифференциального уравнения  $y''' = \cos 2x$

7. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$

8. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2}$

9. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n}$

10. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n n}$

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)**

1. Найти решение задачи Коши  $y' \cos x = (y+1) \sin x, y(0) = 0$

2. Найти решение задачи Коши  $xy' + y = 3, y(1) = 0$

3. Решить задачу Коши  $xy' - y = \frac{x}{e^x}, y(-1) = e$ .

4. Найти общее решение однородного уравнения и указать **вид** частного решения неоднородного уравнения  $y'' + 2y' - 8y = (12x + 20)e^{2x}$

5: Найти общее решение однородного уравнения и указать **вид** частного решения неоднородного уравнения  $y'' - 4y' + 5y = 2 \cos x + 6 \sin x$

6. Найти частное решение уравнения  $y'' - 3y' + 2y = 0$ , удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = 1, y'(0) = -1$ .

7. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \sin n}{n^3}$

8. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{(n+1)!}$

9. Вычислить значение интеграла  $\int_0^{0.5} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$  с точностью до 0,0001

10. Вычислить значение интеграла  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}$  с точностью до 0,0001

4 семестр

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)**



1. Вычислить  $\iint_D \frac{3y^2}{1+x^2} dx dy$ , где  $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$
2. Вычислить  $\iint_D (3yx^2 - 2x^3) dx dy$ , где  $D: 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$
3. Вычислить интеграл  $\int_L \frac{x}{y} dl$ , где  $L$  - дуга параболы  $y^2 = 2x$ , заключенная между точками  $A(2,2)$  и  $B(8,4)$
4. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (x^2 - y^2) dx$ , если  $L$  - дуга параболы  $y = x^2$  от точки  $(0;0)$  до точки  $(2;4)$ .
5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (8x + 4y + 2) dx + (8y + 2) dy$ , если  $L$  - дуга параболы  $y = \frac{2}{3}x^2$  от точки  $(0;0)$  до точки  $(3;6)$ .
6. Из урны, в которой находятся 6 черных шаров и 4 белых шара, вынимают одновременно 3 шара. Найти вероятность того, что среди отобранных, два шара будут черными.
7. Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность того, что на верхней грани выпадет не менее пяти очков.
8. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,95, а вторым - 0,80. Оба стрелка стреляют одновременно. Найти вероятность того, что цель будет поражена только одним стрелком.
9. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

$X$	1	2	3	4	5
$P$	0,15	A	0,2	0,1	0,2

Найти значение A.

10. Непрерывная случайная величина  $X$  задана функцией распределения

$$\text{вероятностей: } F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{7}, & 0 < x \leq 7 \\ 1, & x > 7 \end{cases}$$

Найти ее дисперсию.

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)**

1. Вычислить

$$\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy;$$

$$D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}.$$

2. Найти площадь, ограниченную линиями:  $x+3y=0$ ,  $4+x=y^2$

3. Пластика  $D$  задана ограничивающими ее кривыми,  $\mu$  - поверхностная плотность. Найти массу пластики.

$$D: x=1, y=0, y^2=4x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 + y.$$

4. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L y\sqrt{x^2+y^2} dl$ , если  $L: \begin{cases} x=2\cos t \\ y=2\sin t \end{cases}, t \in [0, \pi]$ .

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (x+1)dx + xyzdy + y^2zdz$ , если  $L$  – отрезок, соединяющий точку  $(2;3;-1)$  с точкой  $(3;-2;0)$ .

6. С первого станка на сборку поступает 40%, со второго 60% всех деталей. Среди деталей, поступивших с первого станка 1% бракованных, со второго 2% бракованных. Найти вероятность того, что на сборку поступила бракованная деталь. 7. При установившемся технологическом процессе фабрика выпускает в среднем 70% продукции первого сорта. Чему равна вероятность того, что в партии из 1000 изделий число первосортных заключено между 652 и 760?

8. Случайная величина  $X$  задана дифференциальной функцией распределения

$$f(x) = \frac{2C}{1+x^2}, \quad x \in (-\infty; +\infty).$$

Найти а) параметр  $C$ , в)  $P(0 < x < 1)$

9. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

$X$	-1	5
$p$	0,3	0,7

Найти ее дисперсию.

10. Случайная величина распределена равномерно на интервале  $(10; 12)$ .

Найти ее математическое ожидание и дисперсию

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)**

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_1^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$

2. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле  $\iint_D x dx dy$  по области  $D$ ,

ограниченной линиями  $y = 4, y = x^2$ . Изменить порядок интегрирования

3. Найти массу пластинки, ограниченной линиями  $x = 5y, x = 0, y = 2$  и имеющей переменную поверхностную плотность  $\rho = 2x + 3y$ .

4. Найти объём тела, ограниченный поверхностями:  $z = x^2 + y^2, y = x^2, y = 1, z = 0$

5. Найти работу силы  $\mathbf{F}$  при перемещении вдоль линии  $L$  от точки  $M$  к точке  $N$ .

$$\mathbf{F} = (x^2 - 2y)\mathbf{i} + (y^2 - 2x)\mathbf{j},$$

$L$ : отрезок  $MN$ ,

$M(-4, 0), N(0, 2)$ .

6. Внутри круга радиуса 4 наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется вне вписанного в круг квадрата.

7. Имеется три урны с шарами. В первой урне 4 белых и 5 черных, во второй- 5 белых и 4 черных, в третьей - 6 белых. Некто выбирает наугад одну из трех урн и вынимает из нее шар. Найти вероятность того, что: а) этот шар окажется белым; б) этот белый шар вынут из второй урны.

8. Непрерывная случайная величина  $X$  подчинена закону распределения с

плотностью 
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, x > 3, \\ ax, & 1 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

Найти коэффициент  $a$ , числовые характеристики  $M[X], D[X]$

9. С конвейера сходит в среднем 85% изделий первого сорта. Сколько изделий необходимо взять, чтобы с вероятностью 0,997 отклонение частоты изделий первого сорта в них от 0,85 по абсолютной величине не превосходило 0,01?

10. Два стрелка стреляют по мишени, делая по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка 0,8, для второго - 0,7. Составить ряд распределения дискретной случайной величины  $X$  - числа пробоин в мишени.