


МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры  
«Прикладная математика и информатика»  
24 января 2023 г., протокол № 5

И.о. заведующего кафедрой

 Н.В. Ларин

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ  
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**«Математика»**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки  
**49.03.01 Физическая культура**

с направленностью (профилем)  
**Физкультурно-оздоровительные технологии**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 490301-01-23

Тула 2023 год

**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**  
**фонда оценочных средств (оценочных материалов)**

**Разработчик:**

Ларин Н.В., доцент каф. ПМИИ, д.ф.-м.н.

*(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)*

  
*(подпись)*

## 1 Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

## 2 Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

### Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-9.1)

1. Является ли полем  $\{0, 1\}$  относительно операций дизъюнкции (рассматриваемой в качестве сложения) и конъюнкции (рассматриваемой в качестве умножения).

2. Вычислить определитель 
$$\begin{vmatrix} 1 & i & 1+i \\ -i & 1 & 0 \\ 1-i & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 10x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 20x_4 = 0 \end{cases}$$

4. Установить биекцию между множествами  $A = N$ ,  $B = N \cup \{0, -2, -4, -6, \dots\}$ .

5. Многочлен  $x^5 - x^4 + x^3 - x^2 - x + 1$  представить в виде линейной комбинации системы многочленов  $1 + x^3$ ,  $x + x^3$ ,  $x^2 + x^3$ ,  $x^3$ ,  $x^4 + x^3$ ,  $x^5 + x^3$ .

6. Является ли полем множество  $M = \{0, 1\}$  со следующими введенными на нем операциями сложения и умножения полем?

+	0	1
0	0	1
1	1	0

*	0	1
0	0	0
1	0	1

7. Доказать, что если в системе векторов некоторая подсистема линейно зависима, то и вся система линейно зависима.
8. Выяснить является ли множество целых чисел  $Z$  группой относительно операции  $\diamond$ , определенной соотношением  $\forall x \in Z, y \in Z : x \diamond y = -x - y$ .
9. Выполнить действия над комплексными числами

1)  $(2-3i)^2 + 2i - i^7$       2)  $i^2 + i^3 + i^4 + i^5$

10. Выполнить действия над комплексными числами

12. 1)  $\frac{i}{2+i}$       2)  $\frac{2+3i}{4-2i} + \frac{1-3i}{2i}$

13. Выполнить действия  $z = \frac{1+4i}{-i} + \frac{i-1}{3+i} + i^{10}$  и указать  $\operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z$

14. Выполнить действия  $z = (1-i)^3 - \frac{2+3i}{1+i}$  и указать  $\operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z$

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-9.2)**

1. Докажите, что  $300^{3000} - 1$  делится на 1001.

2. Изобразить на плоскости множества  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $\bar{B}$ ,  $B \setminus A$ , если  
 $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ ,  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0\}$ .

3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} (4+i)x + (3+4i)y = 8+18i \\ (1-3i)x + (4-i)y = 16+i \end{cases}$$

4. Является ли множество  $\operatorname{Mat}(2,2)$  квадратных матриц размера  $2 \times 2$  кольцом. Если да, то являются ли матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

делителями нуля в этом кольце?

5. Выполнить действия  $z = \begin{vmatrix} (1-i)^3 & 2i \\ \frac{1}{i^2} & \frac{1}{1+i} \end{vmatrix}$  и указать  $\operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z$

6. Найти неопределенный интеграл, используя метод подведения под знак дифференциала.

1)  $\int \sqrt[3]{3x+1} dx$       2)  $\int \frac{dx}{x+3}$       3)  $\int e^{3x+1} dx$       4)  $\int \frac{dx}{x^2-2x-3}$

7. Найти неопределенный интеграл от тригонометрической функции

1)  $\int \frac{\sin^5 x dx}{\cos^3 x}$       2)  $\int \sin^6 x dx$       3)  $\int \operatorname{tg}^5 x dx$

8. Найти неопределенный интеграл, используя метод интегрирования по частям.

1)  $\int (1-2x) \cdot \sin x dx$       2)  $\int \ln(x+1) dx$

9. Найти неопределенный интеграл, используя замену переменной

1)  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$       2)  $\int \frac{dx}{1+\sin^2 x}$

10. Вычислить неопределенный интеграл, используя метод разложения на простейшие дроби  $\int \frac{(4-3x)dx}{x^2+5x+6}$

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-9.3)**

1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$$

2. Найти обратный к элементу 24 в поле  $Z_{89}$ .

3. Каким должно быть число  $\alpha$ , чтобы система векторов  $(0,1,\alpha), (\alpha,0,1), (\alpha,1,\alpha)$  была базисом в  $R^3$ ?

Доказать, что совокупность симметрических вещественных матриц (матриц с элементами  $a_{ij}$ , у которых  $a_{ij} = a_{ji}$ ) порядка  $n$  образует линейное пространство над полем действительных чисел, если за операции взять сложение матриц и умножение матрицы на число. Найти базис и размерность этого пространства.

4. Существует ли в кольце  $Z_{1003}$  1) обратный к 231; 2) обратный к 289? Если да, то найти его.

5. Доказать, что если в системе векторов некоторая подсистема линейно зависима, то и вся система линейно зависима.

6. Вычислить определённый интеграл  $\int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$ , используя метод подведения под знак дифференциала.

7. Вычислить определённый интеграл, используя метод интегрирования по частям.

8. 1)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx$ , 2)  $\int_0^1 \arctg x dx$

9. Вычислить определённый интеграл от тригонометрической функции

10. 1)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x dx}{\cos^2 x}$  2)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^2 x dx$

11. Вычислить определённый интеграл  $\int_3^8 \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx$ , используя метод замены переменной

12. Вычислить определённый интеграл  $\int_4^5 \frac{8x}{x^2 - 4x - 12} dx$ , используя метод разложения на простейшие дроби

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-11 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-11.1)**

$$1. \int \frac{dx}{\cos^2(3x+4)}$$

$$2. \int \frac{dx}{\sqrt{4-16x^2}}$$

$$3. \int (5x+2)^7 dx$$

$$4. \int \sqrt{\frac{\arccos x}{1-x^2}} dx$$

$$5. \int \frac{e^{-4thx} dx}{ch^2 x}$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-4x}}$$

$$7. \int \frac{3x+5}{x^2+8x+17} dx$$

$$8. \int (5-x) \cdot 4^{-x} dx$$

$$9. \int \operatorname{arccotg} \sqrt{2x-1} dx$$

10. Исследовать функцию  $y = 2^{-\frac{1}{x}}$  на непрерывность

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-11 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-11.2)**

$$1. \int \frac{dx}{\sin^2(2x+5)}$$

$$2. \int \frac{dx}{25x^2+4}$$

$$3. \int \frac{dx}{3x+1}$$

$$4. \int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x+2}}$$

$$5. \int \frac{dx}{x(3-4\ln x)}$$

$$6. \int \frac{dx}{x^2-12x+37}$$

$$7. \int \frac{x+4}{\sqrt{8x-x^2}} dx$$

$$8. \int (7+2x) \cos 5x dx$$

$$9. \int \frac{\ln(3x)}{x^2} dx$$

10. Найти асимптоты графика функции  $y = \frac{x}{e^x}$

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-11 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-11.3)**

1.  $\int \frac{dx}{\sin^2(2x+5)}$ ;

2.  $\int \frac{dx}{25x^2 + 4}$

3.  $\int \frac{dx}{3x+1}$

4.  $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x + 2}}$

5.  $\int \frac{dx}{x(3-4\ln x)}$

6.  $\int \frac{dx}{x^2 - 12x + 37}$

7.  $\int \frac{x+4}{\sqrt{8x-x^2}} dx$

8.  $\int (7+2x)\cos 5x dx$

9.  $\int \frac{\ln(3x)}{x^2} dx$

10. Написать уравнение нормали к графику функции  $y = 2x + \frac{1}{x}$  в точке  $x_0 = 1$

### **3 Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-9.1)**

1. Вычислить предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt[3]{n-1} - 3\sqrt{n^3}}{\sqrt{n^3+1} + \sqrt[3]{n^4}}$

2. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{9x^3 + 2x - 1} - \sqrt{x}}{3x - 2}$

3. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$

4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 1}{2x^2 + 3}$

5. Вычислить предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - 10^{n+3}}{2 + 10^{n+2}}$
6. Найти производную функции  $f(x) = \frac{e^{-x^2}}{2x} + \operatorname{tg}(x^2 - 2x)$  в точке  $x_0 = 1$
7. Найти производную  $y'_x$ , если  $\begin{cases} x = t^2 + t \\ y = \ln 3t \end{cases}$
8. Найти дифференциал функции  $y = \frac{x^2 e^{-2x}}{\sin x + 2 \ln x}$
9. Найти производную  $y = x^{\sin x^3}$ .
10. Найти производную сложной функции  $y = \ln(\operatorname{arcsin} \sqrt{1 - e^{2x}})$

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-9.2)**

1. Вычислить предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n}$
2. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$
3. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(1 - 2x)}$
4. Вычислить предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} \sin n}{n + 1}$
5. Найти точки разрыва функции  $y = \frac{4}{\operatorname{tg}(x - 2)}$
6. Найти интервалы монотонности и экстремумы функции
- 1)  $y = x^4(x - 2)^3$  2)  $y = (3 - x^2)e^x$  3)  $y = 2x + 3 \cdot \sqrt[3]{x^2}$
7. Найти производную неявно заданной функции  $\sin 2xy + \cos(y + x) = 1$
8. Найти число точек экстремума функции
- 1)  $y = x^3 e^{-x^2}$  2)  $y = (x - 2)^{\frac{2}{3}} \cdot (2x + 1)$  3)  $y = x e^{-x}$  4)  $y = \frac{\ln x}{x}$
9. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = \frac{x}{1 + x^2}$  на отрезке  $[0; 1]$
10. Найти  $y''_{xx}$ , если  $\begin{cases} x = \sqrt{t^3 + 1} \\ y = \frac{1}{t} \end{cases}$



**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-9.3)**

1. Исследовать функцию  $f(x) = 1 - x \sin \frac{1}{x}$  на непрерывность
2. Исследовать функцию  $f(x) = \begin{cases} 2(x+2), & x < 0; \\ (x-2)^2, & 0 \leq x \leq 2; \\ 4x, & x > 2. \end{cases}$  на непрерывность
3. Вычислить предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + n - 1}{n^2 + n - 5} \right)^{n^2 + 5n}$
4. Найти асимптоты графика функции
  - 1)  $y = \frac{x^3}{x^3 - 1}$     2)  $y = \frac{x}{e^x}$     3)  $y = 1 + \ln(1 + \frac{1}{x})$
5. Вычислить пределы:
  - 1)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - 4}{\operatorname{tg}(x - 2)}$     2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x - 1}{3x + 5} \right)^{2x + 3}$     3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2 - x)}{\operatorname{arctg}(1 - x^2)}$     4)  $\lim_{x \rightarrow 3} (3x - 8)^{\frac{2x^2}{x - 3}}$
6. Вычислить предел
  - 1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln \sin 2x}$     2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\operatorname{arctg} x} - \frac{1}{x} \right)$     3)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x - \pi}$
7. Найти число точек перегиба графика функции
  - 1)  $y = \frac{\ln x}{x}$     2)  $y = 3x + e^{-x^2}$
8. Применением полного дифференциала к приближенным вычислениям вычислить приближено  $1,02^{3,01}$
9. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = \sqrt[3]{x^2} - 20$  в точке  $x_0 = -8$
10. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции  $\begin{cases} x = \sin^3 t \\ y = \cos^3 t \end{cases}$  в точке  $t_0 = \frac{\pi}{4}$

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-11 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-11.1)**

1. Найти все корни уравнения  $x^4 - 1 = 0$  над множеством комплексных чисел
2. Найти все корни уравнения  $x^3 - 8 = 0$  над множеством комплексных чисел
3. Найти все корни уравнения  $z^4 + 1 = 0$  над множеством комплексных чисел

4. Найти все корни уравнения  $z^3 - 27i = 0$  над множеством комплексных чисел

5. Найти все корни уравнения  $z^2 - \frac{1-i\sqrt{3}}{i} = 0$  над множеством комплексных чисел

6. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями

1)  $y = \ln x$ ,  $x = e$ ,  $y = 0$       2)  $y = \frac{x}{(x^2 + 1)^2}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$

3)  $y = \frac{1}{1 + \cos x}$ ,  $y = 0$ ,  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

7. Вычислить объём тела, полученного вращением кривой

1)  $y = x^3$  вокруг оси  $Oy$ , где  $0 \leq x \leq 1$ ;

2)  $y = \sin x$  вокруг оси  $Ox$ , где  $x = 0$ ,  $x = \pi$ ,  $y = 0$

8. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость.

1)  $\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} \frac{x dx}{\sqrt{9x^2 - 1}}$     2)  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$     3)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 11}$

4)  $\int_0^{\frac{2}{3}} \frac{\sqrt[3]{\ln(2-3x)} dx}{2-3x}$     5)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3 + 1}}$

9. Найти длину  $L$  дуги кривой

1)  $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t) \\ y = e^t (\cos t - \sin t) \end{cases}$  от  $t = 0$  до  $t = \pi$ .    2)  $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$  от  $\varphi = -\frac{\pi}{3}$  до  $\varphi = 0$

3)  $y = \ln \sin x$  от  $x = \frac{\pi}{3}$  до  $x = \frac{2\pi}{3}$

10. Исследовать сходимость несобственного интеграла:

1)  $\int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{1-x^3}}$     2)  $\int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt{x}} - 1}$     3)  $\int_0^{+\infty} \frac{x^{10} dx}{(x^5 + x^3 + 1)^3}$     4)  $\int_1^{+\infty} \frac{(x^4 + 1) dx}{x^5}$

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-11 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-11.2)**

1. Решить дифференциальное уравнение  $y' = \frac{x^2 - 1}{xy}$

2. Решить дифференциальное уравнение  $y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}$

3. Решить дифференциальное уравнение  $xy' + y = 3$

4. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}$

5. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} \right)^{n^2}$

6. Можно ли разложить в ряд Фурье на  $[-1; 1]$  функцию:

а)  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2};$

б)  $f(x) = e^{-x}?$

7. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 4y' + 13y = 0$

8. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 2y' + y = 0$

9. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 6y' + 5y = 0$

10. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{3^n n^2}$

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-11 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-11.3)**

1. Определить тип дифференциального уравнения  $y' = e^{\frac{x}{2}} \sqrt{y}$ .

2. Определить тип дифференциального уравнения  $y' = \frac{x^2 - 1}{xy}$ .

3. Определить тип дифференциального уравнения  $xy' - y = \frac{x}{e^x}$

4. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$

5: Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2}$

6. Вычислить

$$\iint_D (12x^2 y^2 + 16x^3 y^3) dx dy;$$

$$D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$$

7. Решить дифференциальное уравнение  $y' - 4xy = -4x^3$

8. Решить дифференциальное уравнение  $(4 + x^2)y' + 2y = \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$ .

9. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y^{IV} = 12x^2$ .

10. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y^{III} = \sin 2x$

11. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n}$

**12.** Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n n}$

**13.** Вычислить  $\iint_D \frac{3y^2}{1+x^2} dx dy$ , где  $D$ :  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$