


МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Политехнический институт  
Кафедра «Промышленная автоматика и робототехника»

Утверждено на заседании кафедры  
«Промышленная автоматика  
и робототехника»  
«17» января 2023 г., протокол № 2

И.о. заведующего кафедрой

 О.А. Ерзин

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРАКТИЧЕСКИМ  
ЗАНЯТИЯМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)  
«Методология научных исследований»**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки  
**15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств**

с направленностью (профилем)  
**Автоматизация технологических процессов и производств  
в машиностроении**

Формы обучения: очная, заочная

Идентификационный номер образовательной программы: 150304-02-22

Тула 2023 год

**Разработчик:**

Прейс В.В., профессор, д-р техн. наук, профессор  
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

  
(подпись)

## **1. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

### **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1** **МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ КРИТЕРИЕВ ПОДОБИЯ** **НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ**

#### **1. Цель работы.**

Изучение методики построения критериев подобия на основе анализа размерностей.

#### **2. Теоретическая часть.**

Изучение объекта или явления на модели ведут путем постановки и проведения экспериментальных исследований. При экспериментальном исследовании технологических процессов, машин и оборудования таким объектом является натурная модель, воспроизводящая в определенном масштабе устройство и действие реальной технологической машины, в которой выполняется исследуемый технологический процесс или его отдельные операции. Во время эксперимента осуществляется проверка теории, допущений, расчета, нахождение опытных коэффициентов, изучение различных режимов работы технологической машины, активное вмешательство экспериментатора в наблюдаемый процесс, управление новым процессом, устранение замеченных недостатков изучаемого объекта и его улучшение.

Успешность моделирования зависит от того – насколько удачно выбрана или сконструирована модель. Погрешность может быть вызвана как особенностями самой модели, так и средствами ее экспериментального исследования, а также методами обработки экспериментальных данных и ошибочной интерпретацией результатов экспериментального исследования модели.

Научной основой моделирования машин являются *теории подобия и размерностей*. Теории подобия и размерностей являются связующим звеном между расчетом (теорией) и экспериментом, указывая, как нужно ставить опыт, как обрабатывать опытные данные и как обобщать и распространять полученные результаты на другие аналогичные объекты.

При физическом натурном моделировании необходимо обеспечить *геометрическое и физическое подобие* натурной модели и реального объекта, т. е. пропорциональность однородных величин (параметров), характеризующих исследуемое явление для модели и реального объекта. Такое соответствие устанавливается на основе теории подобия и анализа размерностей и позволяет выполнять пересчет экспериментальных результатов, полученных при исследовании модели объекта на реальный объект умножением каждого из определяемых параметров объекта на *константу подобия* – множитель, постоянный для всех величин данной размерности.

Геометрическое подобие натурной модели и реального объекта можно выразить через константу подобия линейных размеров

$$k_l = \frac{l_p}{l_m},$$

где  $l$  – линейный размер; «р», «м» – индексы реального объекта и натурной модели соответственно.

Для площади  $F$  и объема  $V$  соответственно имеем

$$F_p = k_l^2 F_m, \quad V_p = k_l^3 V_m.$$

Практикой установлено, что при выполнении натурной модели в малых масштабах возрастают требования к точности измерений и затрудняется реализация геометрического подобия. Рациональные геометрические масштабы натуральных моделей машин от 1:2 до 1:10.

Точно также, установив наличие *физического подобия* между различными конструкциями машин, нет надобности экспериментального изу-

чения рабочего процесса каждой из этих машин. Достаточно по определенной методике изучить работу одной машины, а значения параметров всех остальных машин, рабочие процессы которых подобны, получить простым пересчетом по формулам преобразования, устанавливаемым теорией подобия.

*Физическое подобие* выражается в том, что в модели и реальном объекте протекают процессы одинаковой физической природы, причем поля физических величин и их свойства на границах модели и объекта также подобны. Использование законов физики позволяет, приняв некоторые из величин за основные (в системе физических единиц СИ это - длина  $l$ , масса  $m$ , время  $t$ ), выразить константы подобия для производных величин через константы подобия основных величин. Например, константы подобия скоростей  $v$  и сил  $P$

$$k_v = \frac{v_p}{v_M} = \frac{k_l}{k_t}, \quad k_P = \frac{P_p}{P_M} = \frac{k_m k_v}{k_t} = \frac{k_m k_l}{k_t^2},$$

где  $k_t = \frac{t_p}{t_M}$ ;  $k_m = \frac{m_p}{m_M}$ .

Физическое подобие сложных явлений или объектов характеризуется *критериями подобия*, которые представляют собой безразмерные комплексы, составленные из размерных величин, определяющих параметры реального объекта и исследуемого процесса (явления). Первая теорема теории подобия формулирует свойства подобных явлений или объектов, утверждая, что подобные явления имеют одинаковые критерии подобия; иначе говоря, первая теорема указывает на необходимые условия подобия.

Константы и критерии подобия можно находить либо используя уравнения, описывающие изучаемый процесс, либо на основании анализа размерностей. Первый способ, как опирающийся на определенные теоретические закономерности, предпочтителен и его рекомендуют использо-

вать в случаях, когда исследуемая задача имеет математическое описание. Если для изучаемого процесса неизвестны определяющие уравнения, то для нахождения констант и критериев подобия используют анализ размерностей. Однако применение метода анализа размерностей не ставит вопроса о достаточных условиях для существования, что может привести в опасности чрезмерно широких обобщений.

Отчетливость в вопросе о пределах закономерного распространения единичного опыта указывается третьей теоремой теории подобия, которая кратко формулируется так: подобными явлениями будут те, которые имеют подобные условия однозначности и одинаковые определяющие критерии. Определяющие критерии состояются из независимых между собою величин, которые входят в условия однозначности (геометрические соотношения, физические параметры, краевые условия: начальные и граничные).

Число и вид критериев подобия для каждого моделируемого процесса зависят от его физической природы и особенностей.

Для процессов, которые можно свести к задаче движения материальной точки, критерием подобия является *число Ньютона*  $Ne = \frac{Pt^2}{ml}$ , где  $P$  – сила;  $t$  – время;  $m$  – масса;  $l$  – линейный размер.

Условие моделирования в этом случае имеет вид

$$Ne_p = Ne_m, \quad \text{т. е.} \quad \frac{P_p t_p^2}{m_p l_p} = \frac{P_m t_m^2}{m_m l_m}.$$

При решении задач гидравлики и гидродинамики используют критерии: *Рейнольдса*  $Re = \frac{vl\rho}{\mu}$ ; *Фруда*  $Fr = \frac{gl}{v^2}$ ; *Эйлера*  $Eu = \frac{p}{\rho v^2}$ , где  $\rho$  – плотность жидкости;  $\mu$  – динамическая вязкость;  $p$  – давление в соответствующих точках потока;  $v$  – скорость течения жидкости.

При исследовании некоторых процессов удобно пользоваться сочетанием критериев подобия; например, для выражения соотношений сил трения (вязкости) и тяжести используют критерий *Галлилея*  $Ga = Re^2 Fr$ .

При анализе потоков несмешивающихся жидкостей с плотностями  $\rho_1$  и  $\rho_2$  используют критерий *Архимеда*  $Ar = Ga \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2}$ .

Экспериментальное исследование процесса позволяет найти функциональную связь между критериями подобия, что существенно уменьшает число переменных в задаче, исключает необходимость варьирования всех физических величин в отдельности, и в то же время дает решения в достаточно общем виде.

Например, процесс истечения сыпучего материала из гравитационного питателя можно описать двумя критериями подобия в виде функции  $\Pi_2 = F(\Pi_1)$ , где  $\Pi_2$  – определяемый критерий;  $\Pi_1$  – определяющий критерий. Выражения для критериев подобия получены на основе методов теории размерностей:

$$\Pi_1 = \frac{d}{D}; \quad \Pi_2 = \frac{Q}{\rho D^{3/2} g^{1/2}},$$

где  $d$  – средний размер частиц сыпучего материала, м;  $D$  – диаметр выпускного отверстия питателя, м;  $Q$  – производительность питателя, кг/с;  $\rho$  – плотность сыпучего материала, кг/м<sup>3</sup>,  $g$  – ускорение свободного падения.

Условия физического подобия гравитационных питателей и их моделирования в этом случае имеют вид

$$(\Pi_1)_p = (\Pi_1)_m, \quad \text{т.е.} \quad \frac{d_p}{D_p} = \frac{d_m}{D_m};$$

$$(\Pi_2)_p = (\Pi_2)_m, \quad \text{т.е.} \quad \frac{Q_p}{\rho_p D_p^{3/2}} = \frac{Q_m}{\rho_m D_m^{3/2}}.$$

Таким образом, при постановке и проведении экспериментальных исследований гравитационных питателей вместо пяти физических параметров достаточно использовать только два критерия подобия, что позволяет существенно сократить объемы, время и трудоемкость исследований при этом обеспечить более полное обобщение полученных результатов.

Если при физическом моделировании необходимо обеспечить равенство нескольких критериев подобия, могут возникнуть трудности из-за различия масштабов природы и модели; в этом случае часть второстепенных явлений не моделируют или моделируют приближенно.

### **3. Содержание и порядок выполнения задания**

3.1. Изучить теоретические основы и методику построения критериев подобия на основе анализа размерностей.

3.2. Составить программу расчета критериев подобия, используя полученные математические выражение и программный пакет *MatCad*.

3.3. Провести расчет критериев подобия по заданным исходным данным.

3.4. Оформить отчет.



## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2

### МЕТОДИКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

#### 1. Цель работы.

Изучение методики статистической обработки экспериментальных данных.

#### 2. Теоретическая часть.

При экспериментальных измерениях некоторой физической величины, истинное значение  $a$  которой неизвестно, результаты отдельных измерений представляют собой случайные величины. Истинное значение оценивают методами математической статистики.

Первичная обработка экспериментальных данных заключается в получении *ранжированного ряда*, т. е. экспериментальные данные располагают в порядке увеличения исследуемого параметра и с помощью специальных критериев выявляют грубо ошибочные значения. Для этого рассчитывают среднее арифметическое всей выборки из  $n$  опытов

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

и статистическое среднеквадратическое отклонение (*стандарт выборки*)

$$S_x = \sqrt{D_x^*} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}},$$

где  $x_i$  – значение случайной величины в  $i$ -том опыте;  $D_x^*$  – дисперсия выборки.

Наибольшее отклонение случайной величины от среднего арифметического значения

$$\Delta x_{\max} = x'_i - \bar{x},$$

где  $x'_i$  – первый или последний член ранжированного ряда.

Принадлежность  $x'_i$  к данной совокупности определяют сравнением отношения

$$u = |\Delta x_{\max}| / S_x$$

с величиной  $\beta$ , которую берут из таблицы при данном  $n$  и принятой вероятности  $\alpha$ . При  $u \geq \beta$  подозреваемый в аномальности результат должен быть исключен.

С той же целью используют и другие критерии. Например, в соответствии с критерием Райта грубо ошибочными считают значения, для которых

$$|\Delta x_{\max}| \geq 3S_x.$$

Грубые ошибки из ранжированного ряда исключают, оставшиеся значения используют для определения среднего арифметического значения случайной величины, дисперсии выборки и нахождения доверительного интервала для оценки математического ожидания в случае нормального закона распределения случайной величины, что наиболее часто встречается в практике экспериментальных исследований машин.

Если исследуемая величина подчиняется нормальному закону распределения, то можно оценить вероятность  $\alpha$  того, что величина  $\bar{x}$  отличается от истинного значения  $a$  на величину, меньшую, чем  $\Delta x$

$$P(\bar{x} - \Delta x < a < \bar{x} + \Delta x) = \alpha.$$

Вероятность  $\alpha$  называется *доверительной вероятностью*, а интервал значений случайной величины  $(\bar{x} - \Delta x) \dots (\bar{x} + \Delta x)$  – *доверительным интервалом*. Ширина доверительного интервала характеризует точность, а доверительная вероятность – надежность ( $\gamma = 1 - \alpha$ ) оценки величины  $a$  с помощью среднего значения  $\bar{x}$ . Обычно ограничиваются доверительной

вероятностью 0,9 или 0,95 ( $\gamma = 0,1$  или 0,05).

Точность оценки определяется формулой

$$\Delta x = S_x t / \sqrt{n},$$

где  $t$  – коэффициент Стьюдента, величина которого зависит от объема выборки  $n$  и заданной доверительной вероятности  $\alpha$  (табл. 2.1).

**Таблица 2.1**

**Значения коэффициента Стьюдента**

$n$	Значения $t$ при $\alpha$				$n$	Значения $t$ при $\alpha$			
	0,90	0,95	0,98	0,99		0,90	0,95	0,98	0,99
2	6,31	12,71	31,82	63,66	9	1,86	2,31	2,90	3,36
3	2,92	4,30	6,96	9,92	10	1,84	2,26	2,76	3,25
4	2,35	3,18	4,54	5,84	15	1,76	2,14	2,60	2,98
5	2,13	2,78	3,75	4,60	20	1,73	2,09	2,53	2,86
6	2,01	2,57	3,65	4,03	30	1,70	2,04	2,46	2,76
7	1,94	2,45	3,14	3,71	60	1,67	2,00	2,39	2,66
8	1,90	2,36	2,97	3,56	$\infty$	1,65	1,96	2,33	2,58

В ряде случаев при экспериментальных исследованиях необходимо определить минимальное число опытов, т. е. объем выборки, который с заданной точностью  $\Delta x_{\text{зад}}$  и доверительной вероятностью  $\alpha_{\text{зад}}$  позволит определить искомую величину. Такая возможность появляется при распределении случайной величины по нормальному закону и при известном среднеквадратическом отклонении  $\sigma$  случайных ошибок измерения, тогда

$$n_{\min} = t^2 \sigma^2 / (\Delta x_{\text{зад}})^2.$$

Если  $\sigma$  неизвестно, то проводят предварительное исследование и определяют  $S_x \approx \sigma$  и  $t_\alpha$  для числа опытов  $n_1$ , тогда число опытов в основной серии

$$n_{\min} = t_\alpha^2 S_x^2 / (\Delta x_{\text{зад}})^2.$$

### **3. Содержание и порядок выполнения задания**

3.1. Изучить теоретические основы и методику статистической обработки экспериментальных данных.

3.2. Составить программу статистической обработки экспериментальных данных, используя полученные математические выражение и программный пакет *MatCad*.

3.3. Провести статистическую обработку экспериментальных данных к по заданным исходным данным.

3.4. Оформить отчет.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3

### МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ЭМПИРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

#### 1. Цель работы.

Изучение методики построения эмпирических моделей по результатам экспериментов.

#### 2. Теоретическая часть.

Закономерности исследуемого процесса можно установить экспериментально-статистическими методами. Обычно такой подход используют при недостаточной информации о физической сущности происходящих явлений или их большой сложности, т. е. при невозможности составить их *детерминированную модель* в виде функциональных зависимостей, отображающих физическую природу явлений.

Процесс или объект исследования рассматривают как «черный ящик», воздействия на который (независимые переменные  $x_1, x_2, \dots, x_k$ ) называются *факторами*, а выходной параметр – *функцией* или *поверхностью отклика*

$$y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_k). \quad (2.1)$$

При проведении эксперимента, когда меняется несколько факторов, прежде всего, возникает вопрос об оценке их влияния на функцию отклика. Изучение влияния различных факторов на статистические характеристики объекта является задачей *дисперсионного анализа*, который позволяет специальной обработкой результатов наблюдений разложить их общую вариацию на *систематическую* и *случайную*, оценить достоверность систематической вариации по отношению к случайной, вызванной неучтенными факторами. За количественную меру вариации принимают дисперсию, полученную статистической обработкой экспериментальных данных. Сравнение дисперсий выполняют обычно по критерию Фишера.

*Корреляционный анализ* устанавливает степень взаимной зависимости случайных величин и событий на основании изучения усредненного закона поведения величин, функционально несвязанных между собой, а также меру зависимости между рассматриваемыми величинами. Таким образом, корреляционный анализ изучает вероятностную (стохастическую) связь случайных величин, при которой изменение одной величины ведет к изменению распределения другой. Связь между случайными величинами характеризуется коэффициентом корреляции  $r$ , определяющим степень тесноты линейной зависимости между случайными величинами; в общем случае  $-1 < r < +1$ . При  $r = 0$  величины являются некоррелированными, т. е. при изменении одной величины среднее значение другой не изменяется. Положительная корреляция ( $r > 0$ ) означает, что возрастание одной величины приводит в среднем к увеличению другой.

Если дисперсионный анализ позволяет установить факт существования связи между факторами и функцией отклика, а корреляционный анализ показывает, насколько эта связь близка к линейной, то раскрыть характер закономерности, найти вид функциональных соотношений, выражающих стохастическую связь, позволяет *регрессионный анализ*. С его помощью решают задачу нахождения функции отклика или *уравнения регрессии*, обычно в виде полинома, связывающего выходной параметр со средними (экспериментальными) значениями факторов.

Функцию (2.1) можно разложить в ряд Тейлора. В связи с тем, что существуют неучтенные факторы, величина  $y$  носит случайный характер. Обработкой экспериментальных данных можно получить выборочные коэффициенты регрессии  $b_0$ ,  $b_j$ ,  $b_{uj}$ ,  $b_{jj}$ , что позволяет записать уравнение регрессии в следующей форме

$$y = b_0 + \sum_{j=1}^k (b_j x_j) + \sum_{u,j=1}^k (b_{uj} x_u x_j) + \sum_{j=1}^k (b_{jj} x_j^2) + \dots, \quad (2.2)$$

где  $b_0$  – свободный член уравнения регрессии;  $b_j$ ,  $b_{ij}$ ,  $b_{jj}$  – коэффициенты, учитывающие эффекты соответственно линейные, взаимодействия, квадратичные и т.д. (коэффициенты регрессии  $b_0$ ,  $b_j$ ,  $b_{ij}$ ,  $b_{jj}$  ... определяют методом наименьших квадратов).

Регрессионный анализ устанавливает методы выбора степени полинома и методы проверки адекватности модели, полученной на основе эксперимента.

### **3. Содержание и порядок выполнения задания**

3.1. Изучить теоретические основы и методику построения эмпирических моделей по результатам экспериментов.

3.2. Составить программу построения эмпирических моделей по результатам экспериментов, используя полученные математические выражение и программный пакет *MatCad*.

3.3. Провести компьютерное моделирование по заданным исходным данным.

3.4. Оформить отчет.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4

### МЕТОДИКА ПЛАНИРОВАНИЯ ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

#### 1. Цель работы.

Изучение методики планирования факторного эксперимента.

#### 2. Теоретическая часть.

Различают пассивный и активный эксперимент. При *пассивном эксперименте* нет возможности управления значениями факторов. К пассивному эксперименту относят, например, сбор опытных статистических данных о режиме нормальной эксплуатации машины в заводских условиях или проведение серии экспериментов с поочередным варьированием каждого фактора. В этом случае объем исследований чрезвычайно высок и требует больших затрат времени и средств. Действительно, если предположить, что значимыми являются, например, четыре фактора, причем для оценки влияния каждого фактора необходимо получить пять точек, то общее число экспериментов (без учета их повторяемости) составит  $5^4 = 625$ , что практически трудно осуществимо.

*Активный эксперимент* (эксперимент, в котором уровни факторов в каждом опыте заданы исследователем) основан на современных методах планирования эксперимента и предусматривает минимизацию общего числа опытов, одновременное варьирование всеми факторами по специальным алгоритмам, использование математического аппарата, формализующего большую часть действий исследователя. Частным случаем является *планирование экстремального эксперимента*, т. е. постановка эксперимента с целью поиска оптимальных условий функционирования объекта.

В качестве функции отклика выбирают такой параметр, который имеет ясный физический смысл и легко определяется количественно. В ряде случаев функция отклика, как и входные факторы, может представлять собой безразмерный комплекс параметров в виде критерия подобия.



Так, например, при исследовании центробежно-вихревого измельчителя в качестве функции отклика можно выбрать степень измельчения или относительную мощность

$$N_{\text{отн}} = N / (\omega^3 R_{\text{ср}}^5 \rho),$$

а в качестве входного фактора – критерий Фруда, характеризующий степень загрузки измельчителя материалом,

$$\text{Fr} = Q / (\omega R_{\text{ср}}^3 \rho),$$

где  $N$  – мощность, необходимая для измельчения;  $\omega$  – частота вращения роторов измельчителя;  $Q$  – производительность измельчителя;  $R_{\text{ср}}$  – средний радиус верхнего и нижнего роторов;  $\rho$  – плотность материала.

Отбор факторов, значимых для изучаемого процесса, выполняют по результатам предварительного эксперимента методами дисперсионного анализа, по литературным данным, а также способом экспертных оценок, т. е. опросом специалистов.

Если общее число факторов равно  $k$  и каждый фактор варьируется на двух уровнях, причем в процессе эксперимента возможны любые комбинации их значений, то такое проведение исследования называют *полным факторным экспериментом* или планом  $2^k$ .

Для каждого фактора выбирают основной (нулевой) уровень  $z_j^0$  и интервал варьирования  $\Delta z_j$ . При двухуровневом эксперименте верхний и нижний уровни  $j$ -го фактора соответственно:

$$z_j^{\text{max}} = z_j^0 + \Delta z_j; \quad z_j^{\text{min}} = z_j^0 - \Delta z_j.$$

Вместо натурального значения факторов применяют безразмерные (кодовые) значения, что позволяет использовать унифицированные программы планирования и проведения экспериментов.

Переход к безразмерной системе координат производят по формуле

$$x_j = (z_j - z_j^0) / \Delta z_j, \quad \text{где } j = 1, 2, \dots, k.$$

Таким образом, в безразмерной системе основному уровню фактора соответствует 0; верхний и нижний уровни имеют координаты соответственно +1 и -1.

Рассмотрим двухфакторный эксперимент, для которого уравнение регрессии (2.2) имеет форму неполной квадратичной модели, поскольку предполагают исследование поверхности отклика в узком интервале варьирования факторов, когда можно отбросить члены высших порядков. Уравнение регрессии в безразмерной системе координат имеет вид

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_1 2 x_1 x_2. \quad (2.3)$$

Кодированная матрица планирования для двухуровневого плана при двух факторах (табл. 2.2) зависит только от числа факторов и числа уровней каждого фактора.

**Таблица 2.2**

**Матрица планирования полного двухфакторного эксперимента (2<sup>2</sup>)**

Номер опыта	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_1 x_2$	$y$
1	+1	-1	-1	+1	$y_1$
2	+1	+1	-1	-1	$y_2$
3	+1	-1	+1	-1	$y_3$
4	+1	+1	+1	+1	$y_4$

В матрицу введена фиктивная переменная  $x_0$  для расчета свободного члена  $b_0$ ; в третьем и четвертом столбцах указаны все возможные комбинации значений факторов, а в пятом - произведение  $x_1 x_2$ , в последнем – средние значения результатов измерения (значения функции отклика).

Коэффициенты регрессии рассчитывают по формулам:

$$\begin{aligned}
b_0 &= 0,25[(+1)y_1 + (+1)y_2 + (+1)y_3 + (+1)y_4]; \\
b_1 &= 0,25[(-1)y_1 + (+1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4]; \\
b_2 &= 0,25[(-1)y_1 + (-1)y_2 + (+1)y_3 + (+1)y_4]; \\
b_{12} &= 0,25[(+1)y_1 + (-1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4];
\end{aligned}
\tag{2.4}$$

Для трех факторов, варьируемых на двух уровнях, при полном факторном эксперименте матрицу планирования получают удвоением матрицы  $2^2$ : один раз при значении фактора  $x_3$  на нижнем, второй раз – на верхнем уровне; кроме столбцов планирования вводят столбцы произведений  $x_1x_3$ ,  $x_1x_2x_3$ , и др. для определения коэффициентов, характеризующих эффекты взаимодействия. Коэффициенты регрессии рассчитывают по формулам, аналогичным (2.4).

При числе факторов  $k > 2$  полный факторный эксперимент дает избыточную информацию для построения линейной или неполной квадратичной модели. По этой причине при  $k > 2$  для уменьшения числа экспериментов используют дробную реплику – часть матрицы полного факторного эксперимента.

**Пример.** При исследовании процесса истечения сыпучего материала из гравитационного питателя, описываемого уравнениями (см. стр. 61), в достаточно узком диапазоне варьирования определяющего фактора  $\Pi_1 = d/D$  можно провести однофакторный двухуровневый эксперимент.

В этом случае уравнение регрессии (2.3) для поверхности отклика

$$\Pi_2 = Q / (\rho D^{3/2} g^{1/2})$$

в безразмерной системе координат может быть представлено в виде линейной модели

$$y = b_0 + b_1x,$$

где  $y = \Pi_2$ ;  $x = \Pi_1$ .

Коэффициенты регрессии рассчитывают по формулам:

$$b_0 = \frac{y_2 - y_1}{x_{\max} - x_{\min}} (x_{\max} - y_2);$$

$$b_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_{\max} - x_{\min}},$$

где  $y_2 = \Pi_2(x_{\max})$ ;  $y_1 = \Pi_2(x_{\min})$ , а  $x_{\max} = (\Pi_1)_{\max}$ ;  $x_{\min} = (\Pi_1)_{\min}$  – максимальное и минимальное значения параметра  $\Pi_1$ , соответствующие диаметрам выпускных отверстий гравитационного питателя  $D_1$  и  $D$ .

После вычисления коэффициентов регрессии оценивают их статистическую значимость. Для этого рассчитывают выборочную дисперсию  $D^*(b_j)$  или ошибку  $S(b_j) = \sqrt{D^*(b_j)}$ . Если опыты не повторяют, то дисперсию среднего значения  $D^*(y)$  принимают равной дисперсии метода измерений, которую находят из предварительного эксперимента.

Тогда

$$D^*(b_j) = D^*(y)/n,$$

т.е., ошибка коэффициента регрессии  $S(b_j)$  в  $\sqrt{n}$  раз меньше погрешности метода ( $n$  – число опытов).

Коэффициент регрессии считают статистически значимым, если его абсолютная величина больше доверительного интервала

$$|b_j| > t_\alpha S(b_j),$$

где  $t_\alpha$  – коэффициент Стьюдента (см. табл. 2.1) для заданных доверительной вероятности  $\alpha$  и числа опытов  $n$ .

Адекватность уравнения, т. е. возможность описания процесса линейной моделью, проверяют по критерию Фишера

$$F = S_{\text{ад}}^2 / S_y^2,$$

величина которого должна быть меньше табличной. В этом уравнении дисперсия адекватности

$$S_{\text{ад}}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 / (n - l),$$

где  $l$  – число значимых коэффициентов в уравнении регрессии.

### **3. Содержание и порядок выполнения задания**

3.1. Изучить теоретические основы и методику планирования факторного эксперимента.

3.2. Составить программу планирования факторного эксперимента, используя полученные математические выражение и программный пакет *MatCad*.

3.3. Провести компьютерное моделирование по заданным исходным данным.

3.4. Оформить отчет.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ОТЧЕТОВ ПО ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

2.1. Отчет должен содержать программу расчетов и результаты тестирования расчетов в виде скан-копий с экрана с пояснениями в тексте.

2.2. Текст отчета должен быть набран в текстовом редакторе MS Word. Тип шрифта – Times New Roman, размер шрифта 14 пт, междустрочный интервал полуторный. Параметры страницы: верхнее и нижнее поля – 2 см; левое поле – 2,5 см; правое поле – 1,5 см; расстояние от края верхнего и нижнего колонтитулов – не менее 1 см. Номер страницы – вверху в центре. Основной текст с отступом слева первой строки 1,25 см и выравниванием «по ширине страницы». Автоматическая расстановка переносов слов: ширина зоны переноса 0,63 см, максимальное число последовательных переносов 3.

2.3. Формулы и математические выражения по тексту набирать в любом редакторе формул (*Equation*, *MathType*), соблюдая следующие требования: латинские буквы набирают курсивом (*S*, *p*, *W*, *u*) кроме обозначения стандартных математических функций (*sin*, *cos*, *min*, *max*, *exp* и т.п.), которые набирают прямым латинским шрифтом; русские и греческие буквы ( $\alpha$ ,  $\varphi$ ,  $\pi$ ,  $\Omega$ ), цифры и математические символы (+, =, >,  $\neq$ ) набирают только прямым шрифтом. Рекомендуемые размеры символов: обычный – 14 пт; крупный индекс – 12 пт; мелкий индекс – 10 пт; крупный символ – 16 пт; мелкий символ – 8 пт. Расшифровку формульных обозначений дают после формулы одним абзацем с выравниванием по ширине страницы, без отступа первой строки, начиная со слова «где», в порядке следования обозначений в формуле, отделяя фразы точкой с запятой.

### 3. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Основы научных исследований: учеб. для техн. вузов / В.И. Крутов [и др.]. – М.: Высшая школа, 1989. 400 с.
2. Теоретические основы и практика научных исследований: учеб. пособие / Н.Г. Эйсмонт, В.В. Даньшина, С.В. Бирюков; Минобрнауки России, ОмГТУ. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2018. 98 с. ISBN 978-5-8149-2589-3.
3. Шкляр, М. Ф. Основы научных исследований: учеб. пособие. – 4-е изд. – М.: Дашков и К°, 2012. 243 с.
4. Прейс В.В. Конструирование и расчеты машин и аппаратов: учебник. Тула: Изд-во ТулГУ. 2019. 208 с.: ил. ISBN 978-5-7679-4513-9.