МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Политехнический институт
Кафедра «Промышленная автоматика и робототехника»

Утверждено на заседании кафедры
«Промышленная автоматика
и робототехника»
«17» января 2023 г., протокол № 2

И.о. заведующего кафедрой
____________________________О.А. Ерзин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНО-КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) «Методология научных исследований»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата

по направлению подготовки
15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств

с направленностью (профилем)
Автоматизация технологических процессов и производств в машиностроении

Формы обучения: заочная

Идентификационный номер образовательной программы: 150304-02-22

Тула 2023 год

Разработчик:

Прейс В.В., профессор, д-р техн. наук, профессор ______________________
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание) (подпись)

1. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-КУРСОВОЙ РАБОТЫ

ЗАДАНИЕ № 1. ПОСТРОЕНИЕ КРИТЕРИЕВ ПОДОБИЯ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ

1. Цель задания.

Изучение методики построения критериев подобия на основе анализа размерностей.

2. Теоретическая часть.

Изучение объекта или явления на модели ведут путем постановки и проведения экспериментальных исследований. При экспериментальном исследовании технологических процессов, машин и оборудования таким объектом является натурная модель, воспроизводящая в определенном масштабе устройство и действие реальной технологической машины, в которой выполняется исследуемый технологический процесс или его отдельные операции. Во время эксперимента осуществляется проверка теории, допущений, расчета, нахождение опытных коэффициентов, изучение различных режимов работы технологической машины, активное вмешательство экспериментатора в наблюдаемый процесс, управление новым процессом, устранение замеченных недостатков изучаемого объекта и его улучшение.

Успешность моделирования зависит от того − насколько удачно выбрана или сконструирована модель. Погрешность может быть вызвана как особенностями самой модели, так и средствами ее экспериментального исследования, а также методами обработки экспериментальных данных и ошибочной интерпретацией результатов экспериментального исследования модели.

Научной основой моделирования машин являются *теории подобия и размерностей*. Теории подобия и размерностей являются связующим звеном между расчетом (теорией) и экспериментом, указывая, как нужно ставить опыт, как обрабатывать опытные данные и как обобщать и распространять полученные результаты на другие аналогичные объекты.

При физическом натурном моделировании необходимо обеспечить *геометрическое и физическое подобие* натурной модели и реального объекта, т. е. пропорциональность однородных величин (параметров), характеризующих исследуемое явление для модели и реального объекта. Такое соответствие устанавливается на основе теории подобия и анализа размерностей и позволяет выполнять пересчет экспериментальных результатов, полученных при исследовании модели объекта на реальный объект умножением каждого из определяемых параметров объекта на *константу подобия* − множитель, постоянный для всех величин данной размерности.

Геометрическое подобие натурной модели и реального объекта можно выразить через константу подобия линейных размеров

$$k_l = \frac{l_{\text{р}}}{l_{\text{м}}},$$

где l − линейный размер; «р», «м» − индексы реального объекта и натурной модели соответственно.

Для площади F и объема V соответственно имеем

$$F_{\text{р}} = k_l^2 F_{\text{м}}, \qquad V_{\text{р}} = k_l^3 V_{\text{м}}.$$

Практикой установлено, что при выполнении натурной модели в малых масштабах возрастают требования к точности измерений и затрудняется реализация геометрического подобия. Рациональные геометрические масштабы натурных моделей машин от 1:2 до 1:10.

Точно также, установив наличие *физического подобия* между различными конструкциями машин, нет надобности экспериментального изучения рабочего процесса каждой из этих машин. Достаточно по определенной методике изучить работу одной машины, а значения параметров всех остальных машин, рабочие процессы которых подобны, получить простым пересчетом по формулам преобразования, устанавливаемым теорией подобия.

Физическое подобие выражается в том, что в модели и реальном объекте протекают процессы одинаковой физической природы, причем поля физических величин и их свойства на границах модели и объекта также подобны. Использование законов физики позволяет, приняв некоторые из величин за основные (в системе физических единиц СИ это - длина l, масса m, время t), выразить константы подобия для производных величин через константы подобия основных величин. Например, константы подобия скоростей υ и сил P

$$k_\upsilon = \frac{\upsilon_\text{р}}{\upsilon_\text{м}} = \frac{k_l}{k_t}, \quad k_\text{р} = \frac{P_\text{р}}{P_\text{м}} = \frac{k_m k_\upsilon}{k_t} = \frac{k_m k_l}{k_t^2},$$

где $k_t = \dfrac{t_\text{р}}{t_\text{м}}$; $k_m = \dfrac{m_\text{р}}{m_\text{м}}$.

Физическое подобие сложных явлений или объектов характеризуется *критериями подобия*, которые представляют собой безразмерные комплексы, составленные из размерных величин, определяющих параметры реального объекта и исследуемого процесса (явления). Первая теорема теории подобия формулирует свойства подобных явлений или объектов, утверждая, что подобные явления имеют одинаковые критерии подобия; иначе говоря, первая теорема указывает на необходимые условия подобия.

Константы и критерии подобия можно находить либо используя уравнения, описывающие изучаемый процесс, либо на основании анализа размерностей. Первый способ, как опирающийся на определенные теоретические закономерности, предпочтителен и его рекомендуют использовать в случаях, когда исследуемая задача имеет математическое описание. Если для изучаемого процесса неизвестны определяющие уравнения, то для нахождения констант и критериев подобия используют анализ размерностей. Однако применение метода анализа размерностей не ставит вопроса о достаточных условиях для существования, что может привести в опасности чрезмерно широких обобщений.

Отчетливость в вопросе о пределах закономерного распространения единичного опыта указывается третьей теоремой теории подобия, которая кратко формулируется так: подобными явлениями будут те, которые имеют подобные условия однозначности и одинаковые определяющие критерии. Определяющие критерии составляются из независимых между собою величин, которые входят в условия однозначности (геометрические соотношения, физические параметры, краевые условия: начальные и граничные).

Число и вид критериев подобия для каждого моделируемого процесса зависят от его физической природы и особенностей.

Для процессов, которые можно свести к задаче движения материальной точки, критерием подобия является *число Ньютона* $\mathrm{Ne} = \frac{Pt^2}{ml}$, где P – сила; t – время; m – масса; l – линейный размер.

Условие моделирования в этом случае имеет вид

$$\mathrm{Ne}_\text{р} = \mathrm{Ne}_\text{м}, \quad \text{т. е.} \quad \frac{P_\text{р} t_\text{р}^2}{m_\text{р} l_\text{р}} = \frac{P_\text{м} t_\text{м}^2}{m_\text{м} l_\text{м}}.$$

При решении задач гидравлики и гидродинамики используют критерии: *Рейнольдса* $\mathrm{Re} = \frac{\upsilon l \rho}{\mu}$; *Фруда* $\mathrm{Fr} = \frac{gl}{\upsilon^2}$; *Эйлера* $\mathrm{Eu} = \frac{p}{\rho \upsilon^2}$, где ρ – плотность жидкости; μ – динамическая вязкость; p – давление в соответствующих точках потока; υ – скорость течения жидкости.

При исследовании некоторых процессов удобно пользоваться сочетанием критериев подобия; например, для выражения соотношений сил трения (вязкости) и тяжести используют критерий *Галлилея* $\mathrm{Ga} = \mathrm{Re}^2\mathrm{Fr}$.

При анализе потоков несмешивающихся жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 используют критерий *Архимеда* $\mathrm{Ar} = \mathrm{Ga}\dfrac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2}$.

Экспериментальное исследование процесса позволяет найти функциональную связь между критериями подобия, что существенно уменьшает число переменных в задаче, исключает необходимость варьирования всех физических величин в отдельности, и в то же время дает решения в достаточно общем виде.

Например, процесс истечения сыпучего материала из гравитационного питателя можно описать двумя критериями подобия в виде функции $\Pi_2 = F(\Pi_1)$, где Π_2 – определяемый критерий; Π_1 – определяющий критерий. Выражения для критериев подобия получены на основе методов теории размерностей:

$$\Pi_1 = \frac{d}{D}; \qquad \Pi_2 = \frac{Q}{\rho D^{3/2} g^{1/2}},$$

где d – средний размер частиц сыпучего материала, м; D – диаметр выпускного отверстия питателя, м; Q – производительность питателя, кг/с; ρ – плотность сыпучего материала, кг/м^3, g – ускорение свободного падения.

Условия физического подобия гравитационных питателей и их моделирования в этом случае имеют вид

$$(\Pi_1)_\text{р} = (\Pi_1)_\text{м}, \quad \text{т.е. } \frac{d_\text{р}}{D_\text{р}} = \frac{d_\text{м}}{D_\text{м}};$$

$$(\Pi_2)_\text{р} = (\Pi_2)_\text{м}, \quad \text{т.е. } \frac{Q_\text{р}}{\rho_\text{р} D^{3/2}} = \frac{Q_\text{м}}{\rho_\text{м} D^{3/2}}.$$

Таким образом, при постановке и проведении экспериментальных исследований гравитационных питателей вместо пяти физических параметров достаточно использовать только два критерия подобия, что позволяет существенно сократить объемы, время и трудоемкость исследований при этом обеспечить более полное обобщение полученных результатов.

Если при физическом моделировании необходимо обеспечить равенство нескольких критериев подобия, могут возникнуть трудности из-за различия масштабов натуры и модели; в этом случае часть второстепенных явлений не моделируют или моделируют приближенно.

3. Содержание и порядок выполнения задания

3.1. Изучить теоретические основы и методику построения критериев подобия на основе анализа размерностей.

3.2. Составить программу расчета критериев подобия, используя полученные математические выражение и программный пакет *MatCad.*

3.3. Провести расчет критериев подобия по заданным исходным данным.

3.4. Оформить отчет.

ЗАДАНИЕ № 2. МЕТОДИКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

1. Цель задания.

Изучение методики статистической обработки экспериментальных данных.

2. Теоретическая часть.

При экспериментальных измерениях некоторой физической величины, истинное значение a которой неизвестно, результаты отдельных измерений представляют собой случайные величины. Истинное значение оценивают методами математической статистики.

Первичная обработка экспериментальных данных заключается в получении *ранжированного ряда*, т. е. экспериментальные данные располагают в порядке увеличения исследуемого параметра и с помощью специальных критериев выявляют грубо ошибочные значения. Для этого рассчитывают среднее арифметическое всей выборки из n опытов

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

и статистическое среднеквадратическое отклонение (*стандарт выборки*)

$$S_x = \sqrt{D_x^*} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{(n-1)}},$$

где x_i – значение случайной величины в i-том опыте; D_x^* – дисперсия выборки.

Наибольшее отклонение случайной величины от среднего арифметического значения

$$\Delta x_{\max} = x_i^{'} - \bar{x},$$

где $x_i^{'}$ – первый или последний член ранжированного ряда.

Принадлежность $x_i^{'}$ к данной совокупности определяют сравнением отношения

$$u = |\Delta x_{\max}| / S_x$$

с величиной β, которую берут из таблицы при данном n и принятой вероятности α. При $u \geq \beta$ подозреваемый в анормальности результат должен быть исключен.

С той же целью используют и другие критерии. Например, в соответствии с критерием Райта грубо ошибочными считают значения, для которых

$$|\Delta x_{\max}| \geq 3S_x.$$

Грубые ошибки из ранжированного ряда исключают, оставшиеся значения используют для определения среднего арифметического значения случайной величины, дисперсии выборки и нахождения доверительного интервала для оценки математического ожидания в случае нормального закона распределения случайной величины, что наиболее часто встречается в практике экспериментальных исследований машин.

Если исследуемая величина подчиняется нормальному закону распределения, то можно оценить вероятность α того, что величина $\bar{x}$ отличается от истинного значения a на величину, меньшую, чем Δx

$$P(\bar{x} - \Delta x < a < \bar{x} + \Delta x) = \alpha.$$

Вероятность α называется *доверительной вероятностью*, а интервал значений случайной величины $(\bar{x} - \Delta x)\ldots(\bar{x} + \Delta x)$ – *доверительным интервалом*. Ширина доверительного интервала характеризует точность, а доверительная вероятность – надежность ($\gamma = 1 - \alpha$) оценки величины a с помощью среднего значения $\bar{x}$. Обычно ограничиваются доверительной вероятностью 0,9 или 0,95 (γ = 0,1 или 0,05).

Точность оценки определяется формулой

$$\Delta x = S_x t / \sqrt{n},$$

где t – коэффициент Стьюдента, величина которого зависит от объема выборки n и заданной доверительной вероятности α (табл. 2.1).

Таблица 2.1

Значения коэффициента Стьюдента

n	Значения t при α				n	Значения t при α			
	0,90	0,95	0,98	0,99		0,90	0,95	0,98	0,99
2	6,31	12,71	31,82	63,66	9	1,86	2,31	2,90	3,36
3	2,92	4,30	6,96	9,92	10	1,84	2,26	2,76	3,25
4	2,35	3,18	4,54	5,84	15	1,76	2,14	2,60	2,98
5	2,13	2,78	3,75	4,60	20	1,73	2,09	2,53	2,86
6	2,01	2,57	3,65	4,03	30	1,70	2,04	2,46	2,76
7	1,94	2,45	3,14	3,71	60	1,67	2,00	2,39	2,66
8	1,90	2,36	2,97	3,56	∞	1,65	1,96	2,33	2,58

В ряде случаев при экспериментальных исследованиях необходимо определить минимальное число опытов, т. е. объем выборки, который с заданной точностью $\Delta x_{зад}$ и доверительной вероятностью $\alpha_{зад}$ позволит определить искомую величину. Такая возможность появляется при распределении случайной величины по нормальному закону и при известном среднеквадратическом отклонении σ случайных ошибок измерения, тогда

$$n_{\min} = t^2\sigma^2/(\Delta x_{зад})^2.$$

Если σ неизвестно, то проводят предварительное исследование и определяют $S_x \approx \sigma$ и t_α для числа опытов n_1, тогда число опытов в основной серии

$$n_{\min} = t_\alpha^2\, S_x^2/(\Delta x_{зад})^2.$$

3. Содержание и порядок выполнения задания

3.1. Изучить теоретические основы и методику статистической обработки экспериментальных данных.

3.2. Составить программу статистической обработки экспериментальных данных, используя полученные математические выражение и программный пакет *MatCad.*

3.3. Провести статистическую обработку экспериментальных данных к по заданным исходным данным.

3.4. Оформить отчет.

ЗАДАНИЕ № 3. МЕТОДИКА ПОСТРОЕИИЯ ЭМПИРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

1. Цель задания.

Изучение методики построения эмпирических моделей по результатам экспериментов.

2. Теоретическая часть.

Закономерности исследуемого процесса можно установить экспериментально-статистическими методами. Обычно такой подход используют при недостаточной информации о физической сущности происходящих явлений или их большой сложности, т. е. при невозможности составить их *детерминированную модель* в виде функциональных зависимостей, отображающих физическую природу явлений.

Процесс или объект исследования рассматривают как «черный ящик», воздействия на который (независимые переменные x_1, x_2, ..., x_k) называются *факторами,* а выходной параметр – *функцией* или *поверхностью отклика*

$$y = \varphi\,(x_1, x_2, ..., x_k). \qquad (2.1)$$

При проведении эксперимента, когда меняется несколько факторов, прежде всего, возникает вопрос об оценке их влияния на функцию отклика. Изучение влияния различных факторов на статистические характеристики объекта является задачей *дисперсионного анализа,* который позволяет специальной обработкой результатов наблюдений разложить их общую вариацию на *систематическую* и *случайную,* оценить достоверность систематической вариации по отношению к случайной, вызванной неучтенными факторами. За количественную меру вариации принимают дисперсию, полученную статистической обработкой экспериментальных данных. Сравнение дисперсий выполняют обычно по критерию Фишера.

Корреляционный анализ устанавливает степень взаимной зависимости случайных величин и событий на основании изучения усредненного закона поведения величин, функционально несвязанных между собой, а также меру зависимости между рассматриваемыми величинами. Таким образом, корреляционный анализ изучает вероятностную (стохастическую) связь случайных величин, при которой изменение одной величины ведет к изменению распределения другой. Связь между случайными величинами характеризуется коэффициентом корреляции r, определяющим степень тесноты линейной зависимости между случайными величинами; в общем случае $-1 < r < +1$. При $r = 0$ величины являются некоррелированными, т. е. при изменении одной величины среднее значение другой не изменяется. Положительная корреляция ($r > 0$) означает, что возрастание одной величины приводит в среднем к увеличению другой.

Если дисперсионный анализ позволяет установить факт существования связи между факторами и функцией отклика, а корреляционный анализ показывает, насколько эта связь близка к линейной, то раскрыть характер закономерности, найти вид функциональных соотношений, выражающих стохастическую связь, позволяет *регрессионный анализ.* С его помощью решают задачу нахождения функции отклика или *уравнения регрессии,* обычно в виде полинома, связывающего выходной параметр со средними (экспериментальными) значениями факторов.

Функцию (2.1) можно разложить в ряд Тейлора. В связи с тем, что существуют неучтенные факторы, величина y носит случайный характер. Обработкой экспериментальных данных можно получить выборочные коэффициенты регрессии b_0, b_j, b_{uj}, b_{jj}, что позволяет записать уравнение регрессии в следующей форме

$$y = b_0 + \sum_{j=1}^{k}\left(b_j x_j\right) + \sum_{u,j=1}^{k}\left(b_{uj} x_u x_j\right) + \sum_{j=1}^{k}\left(b_{jj} x_j^2\right) + \ldots, \qquad (2.2)$$

где b_0 – свободный член уравнения регрессии; b_j, b_{uj}, b_{jj} – коэффициенты, учитывающие эффекты соответственно линейные, взаимодействия, квадратичные и т.д. (коэффициенты регрессии b_0, b_j, b_{uj}, b_{jj} … определяют методом наименьших квадратов).

Регрессионный анализ устанавливает методы выбора степени полинома и методы проверки адекватности модели, полученной на основе эксперимента.

3. Содержание и порядок выполнения задания

3.1. Изучить теоретические основы и методику построения эмпирических моделей по результатам экспериментов.

3.2. Составить программу построения эмпирических моделей по результатам экспериментов, используя полученные математические выражение и программный пакет *MatCad*.

3.3. Провести компьютерное моделирование по заданным исходным данным.

3.4. Оформить отчет.

ЗАДАНИЕ № 4. МЕТОДИКА ПЛАНИРОВАНИЯ ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

1. Цель задания.

Изучение методики планирования факторного эксперимента.

2. Теоретическая часть.

Различают пассивный и активный эксперимент. При *пассивном эксперименте* нет возможности управления значениями факторов. К пассивному эксперименту относят, например, сбор опытных статистических данных о режиме нормальной эксплуатации машины в заводских условиях или проведение серии экспериментов с поочередным варьированием каждого фактора. В этом случае объем исследований чрезвычайно высок и требует больших затрат времени и средств. Действительно, если предположить, что значимыми являются, например, четыре фактора, причем для оценки влияния каждого фактора необходимо получить пять точек, то общее число экспериментов (без учета их повторяемости) составит $5^4 = 625$, что практически трудно осуществимо.

Активный эксперимент (эксперимент, в котором уровни факторов в каждом опыте заданы исследователем) основан на современных методах планирования эксперимента и предусматривает минимизацию общего числа опытов, одновременное варьирование всеми факторами по специальным алгоритмам, использование математического аппарата, формализующего большую часть действий исследователя. Частным случаем является *планирование экстремального эксперимента,* т. е. постановка эксперимента с целью поиска оптимальных условий функционирования объекта.

В качестве функции отклика выбирают такой параметр, который имеет ясный физический смысл и легко определяется количественно. В ряде случаев функция отклика, как и входные факторы, может представлять собой безразмерный комплекс параметров в виде критерия подобия.

Так, например, при исследовании центробежно-вихревого измельчителя в качестве функции отклика можно выбрать степень измельчения или относительную мощность

$$N_{\text{отн}} = N \Big/ \left(\omega^3 R_{\text{ср}}^5 \rho\right),$$

а в качестве входного фактора – критерий Фруда, характеризующий степень загрузки измельчителя материалом,

$$\text{Fr} = Q \Big/ \left(\omega R_{\text{ср}}^3 \rho\right),$$

где N – мощность, необходимая для измельчения; ω – частота вращения роторов измельчителя; Q – производительность измельчителя; $R_{\text{ср}}$ – средний радиус верхнего и нижнего роторов; ρ – плотность материала.

Отбор факторов, значимых для изучаемого процесса, выполняют по результатам предварительного эксперимента методами дисперсионного анализа, по литературным данным, а также способом экспертных оценок, т. е. опросом специалистов.

Если общее число факторов равно k и каждый фактор варьируется на двух уровнях, причем в процессе эксперимента возможны любые комбинации их значений, то такое проведение исследования называют *полным факторным экспериментом* или планом 2^k.

Для каждого фактора выбирают основной (нулевой) уровень z_j^0 и интервал варьирования Δz_j. При двухуровневом эксперименте верхний и нижний уровни j-го фактора соответственно:

$$z_j^{\max} = z_j^0 + \Delta z_j; \quad z_j^{\min} = z_j^0 - \Delta z_j.$$

Вместо натурального значения факторов применяют безразмерные (кодовые) значения, что позволяет использовать унифицированные программы планирования и проведения экспериментов.

Переход к безразмерной системе координат производят по формуле

$$x_j = \left(z_j - z_j^0\right) \Big/ \Delta z_j, \quad \text{где } j = 1, 2, ..., k.$$

Таким образом, в безразмерной системе основному уровню фактора соответствует 0; верхний и нижний уровни имеют координаты соответственно +1 и –1.

Рассмотрим двухфакторный эксперимент, для которого уравнение регрессии (2.2) имеет форму неполной квадратичной модели, поскольку предполагают исследование поверхности отклика в узком интервале варьирования факторов, когда можно отбросить члены высших порядков. Уравнение регрессии в безразмерной системе координат имеет вид

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_1 2 x_1 x_2. \tag{2.3}$$

Кодированная *матрица планирования* для двухуровневого плана при двух факторах (табл. 2.2) зависит только ог числа факторов и числа уровней каждого фактора.

Таблица 2.2

Матрица планирования полного двухфакторного эксперимента (2^2)

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	y
1	+1	–1	–1	+1	y_1
2	+1	+1	–1	–1	y_2
3	+1	–1	+1	–1	y_3
4	+1	+1	+1	+1	y_4

В матрицу введена фиктивная переменная x_0 для расчета свободного члена b_0; в третьем и четвертом столбцах указаны все возможные комбинации значений факторов, а в пятом - произведение x_1x_2, в последнем – средние значения результатов измерения (значения функции отклика).

Коэффициенты регрессии рассчитывают по формулам:

$$b_0 = 0{,}25[(+1)y_1 + (+1)y_2 + (+1)y_3 + (+1)y_4];$$
$$b_1 = 0{,}25[(-1)y_1 + (+1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4];$$
$$b_2 = 0{,}25[(-1)y_1 + (-1)y_2 + (+1)y_3 + (+1)y_4]; \qquad (2.4)$$
$$b_{12} = 0{,}25[(+1)y_1 + (-1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4];$$

Для трех факторов, варьируемых на двух уровнях, при полном факторном эксперименте матрицу планирования получают удвоением матрицы 2^2: один раз при значении фактора x_3 на нижнем, второй раз – на верхнем уровне; кроме столбцов планирования вводят столбцы произведений x_1x_3, $x_1x_2x_3$, и др. для определения коэффициентов, характеризующих эффекты взаимодействия. Коэффициенты регрессии рассчитывают по формулам, аналогичным (2.4).

При числе факторов $k > 2$ полный факторный эксперимент дает избыточную информацию для построения линейной или неполной квадратичной модели. По этой причине при $k > 2$ для уменьшения числа экспериментов используют дробную реплику – часть матрицы полного факторного эксперимента.

Пример. При исследовании процесса истечения сыпучего материала из гравитационного питателя, описываемого уравнениями (см. стр. 61), в достаточно узком диапазоне варьирования определяющего фактора $\mathbf{П}_1 = d/D$ можно провести однофакторный двухуровневый эксперимент.

В этом случае уравнение регрессии (2.3) для поверхности отклика

$$\mathbf{П}_2 = Q / (\rho D^{3/2} g^{1/2})$$

в безразмерной системе координат может быть представлено в виде линейной модели

$$y = b_0 + b_1 x,$$

где $y = \mathbf{П}_2$; $x = \mathbf{П}_1$.

Коэффициенты регрессии рассчитывают по формулам:

$$b_0 = \frac{y_2 - y_1}{x_{\max} - x_{\min}}(x_{\max} - y_2);$$

$$b_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_{\max} - x_{\min}},$$

где $y_2 = П_2(x_{\max})$; $y_1 = П_2(x_{\min})$, а $x_{\max} = (П_1)_{\max}$; $x_{\min} = (П_1)_{\min}$ – максимальное и минимальное значения параметра $П_1$, соответствующие диаметрам выпускных отверстий гравитационного питателя D_1 и D.

После вычисления коэффициентов регрессии оценивают их статистическую значимость. Для этого рассчитывают выборочную дисперсию $D^*(b_j)$ или ошибку $S(b_j) = \sqrt{D^*(b_j)}$. Если опыты не повторяют, то дисперсию среднего значения $D^*(y)$ принимают равной дисперсии метода измерений, которую находят из предварительного эксперимента.

Тогда

$$D^*(b_j) = D^*(y)/n,$$

т.е., ошибка коэффициента регрессии $S(b_j)$ в $\sqrt{n}$ раз меньше погрешности метода (n – число опытов).

Коэффициент регрессии считают статистически значимым, если его абсолютная величина больше доверительного интервала

$$|b_j| > t_\alpha S(b_j),$$

где t_α – коэффициент Стьюдента (см. табл. 2.1) для заданных доверительной вероятности α и числа опытов n.

Адекватность уравнения, т. е. возможность описания процесса линейной моделью, проверяют по критерию Фишера

$$F = S_{ад}^2 / S_y^2,$$

величина которого должна быть меньше табличной. В этом уравнении дисперсия адекватности

$$S_{\text{ад}}^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \overline{y}\right)^2 \Big/ (n - l),$$

где l – число значимых коэффициентов в уравнении регрессии.

3. Содержание и порядок выполнения задания

3.1. Изучить теоретические основы и методику планирования факторного эксперимента.

3.2. Составить программу планирования факторного эксперимента, используя полученные математические выражение и программный пакет *MatCad.*

3.3. Провести компьютерное моделирование по заданным исходным данным.

3.4. Оформить отчет.

2. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНО-КУРСОВОЙ РАБОТЫ

2.1. Отчет должен содержать программу расчетов и результаты тестирования расчетов в виде скан-копий с экрана с пояснениями в тексте.

2.2. Текст отчета должен быть набран в текстовом редакторе MS Word. Тип шрифта – Times New Roman, размер шрифта 14 пт, междустрочный интервал полуторный. Параметры страницы: верхнее и нижнее поля – 2 см; левое поле – 2,5 см; правое поле – 1,5 см; расстояние от края верхнего и нижнего колонтитулов – не менее 1 см. Номер страницы – вверху в центре. Основной текст с отступом слева первой строки 1,25 см и выравниванием «по ширине страницы». Автоматическая расстановка переносов слов: ширина зоны переноса 0,63 см, максимальное число последовательных переносов 3.

2.3. Формулы и математические выражения по тексту набирать в любом редакторе формул (*Equation, MathType*), соблюдая следующие требования: *латинские* буквы набирают курсивом (S, p, W, u) кроме обозначения стандартных математических функций (sin, cos, min, max, exp и т.п.), которые набирают прямым латинским шрифтом; русские и греческие буквы (α, φ, π, Ω), цифры и математические символы (+, =, >, $\neq$) набирают только прямым шрифтом. Рекомендуемые размеры символов: обычный – 14 пт; крупный индекс – 12 пт; мелкий индекс – 10 пт; крупный символ – 16 пт; мелкий символ – 8 пт. Расшифровку формульных обозначений дают после формулы одним абзацем с выравниванием по ширине страницы, без отступа первой строки, начиная со слова «где», в порядке следования обозначений в формуле, отделяя фразы точкой с запятой.

3. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Основы научных исследований: учеб. для техн. вузов / В.И. Крутов [и др.]. – М.: Высшая школа, 1989. 400 с.

2. Теоретические основы и практика научных исследований: учеб. пособие / Н.Г. Эйсмонт, В.В. Даньшина, С.В. Бирюков; Минобрнауки России, ОмГТУ. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2018. 98 с. ISBN 978-5-8149-2589-3.

3. Шкляр, М. Ф. Основы научных исследований: учеб. пособие. – 4-е изд. – М.: Дашков и К°, 2012. 243 с.

4. Прейс В.В. Конструирование и расчеты машин и аппаратов: учебник. Тула: Изд-во ТулГУ. 2019. 208 с.: ил. ISBN 978-5-7679- 4513-9.