

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт высокоточных систем им. В.П. Грязева  
Кафедра «Радиоэлектроника»

Утверждено на заседании кафедры  
«Радиоэлектроника»  
«29 » января 2019г., протокол № 6

И. о. заведующего кафедрой

 Н.А. Зайцев

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
по выполнению лабораторных работ  
по дисциплине (модулю)  
«Электродинамика и распространение радиоволн»**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы специалитета**

по специальности  
**11.05.01 Радиоэлектронные системы и комплексы**

со специализацией  
**Радиолокационные системы и комплексы**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 110501-02-16

Тула 2019 год

**Разработчик(и) методических указаний**

Макарецкий Е.А., профессор, д.т.н.  
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

  
(подпись)

# Лабораторная работа № 1

## "Плоская электромагнитная волна в свободном пространстве"

### 1. Цели и задачи лабораторной работы

Исследование влияния значений параметров плоской гармонической электромагнитной волны на распределение напряженности электрического поля и расчёт значений угла распространения волны и относительной диэлектрической проницаемости среды.

### 2. Краткие теоретические сведения

Плоская электромагнитная волна - это простейшая структура электромагнитного поля. Она характеризуется тем, что векторы электрической (**E**) и магнитной (**H**) напряженностей поля зависят только от времени и одной пространственной координаты, отсчитываемой вдоль прямолинейного направления движения волны в декартовой системе координат. Если изменение напряженностей во времени гармоническое, то такая плоская волна называется гармонической.

Направление движения плоской гармонической волны в среде без потерь определяется волновым вектором

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon\mu} \cdot \mathbf{l}_0, \quad (1)$$

где  $\omega$  - угловая частота,  $c$  - скорость света,  $\epsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость,  $\mu$  - относительная магнитная проницаемость (для немагнитной среды  $\mu = 1$ ),  $\mathbf{l}_0$  - единичный вектор, который при отсутствии зависимости поля от одной из координат, например, координаты  $z$ , имеет вид

$$\mathbf{l}_0 = \cos\alpha \cdot \mathbf{x}_0 + \sin\alpha \cdot \mathbf{y}_0, \quad (2)$$

где  $\alpha$  - угол между направлением движения волны и осью  $0X$  (угол распространения).

Пространственно-временная зависимость напряженности электрического поля может быть представлена в этом случае в виде

$$|\mathbf{E}| = E_0 \cos(\omega t - k_x x - k_y y). \quad (3)$$

Здесь  $E_0$  - амплитуда электрической напряженности,  $k_x, k_y$  - проекции волнового вектора на оси  $0X$  и  $0Y$  соответственно.

Скорость перемещения какой-либо выбранной точки распределения (3), например максимума, вдоль вектора  $\mathbf{l}_0$  называется фазовой скоростью плоской волны. Если зафиксировать одну из координат, например, положить  $y = 0$ , то можно определить фазовую скорость  $V_x$  движения точки пересечения фазового фронта волны с осью  $0X$ .

Измерение значений величин  $V_x$  и  $V_y$  дает возможность с помощью соотношений (2) и (1) вычислить значения угла распространения  $\alpha$  и относительной диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  (для случая  $\mu = 1$ , соответствующего немагнитной среде).

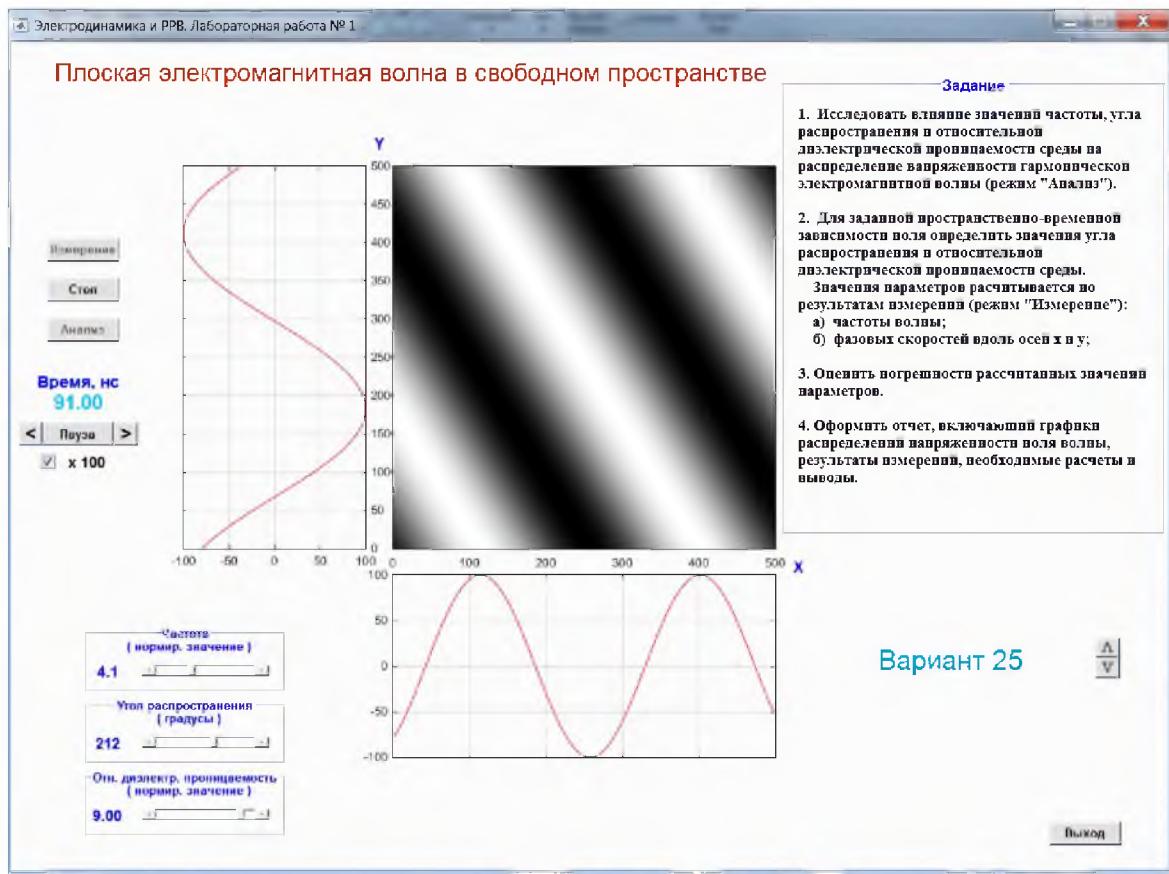


Рис. 1. Режим "Анализ".

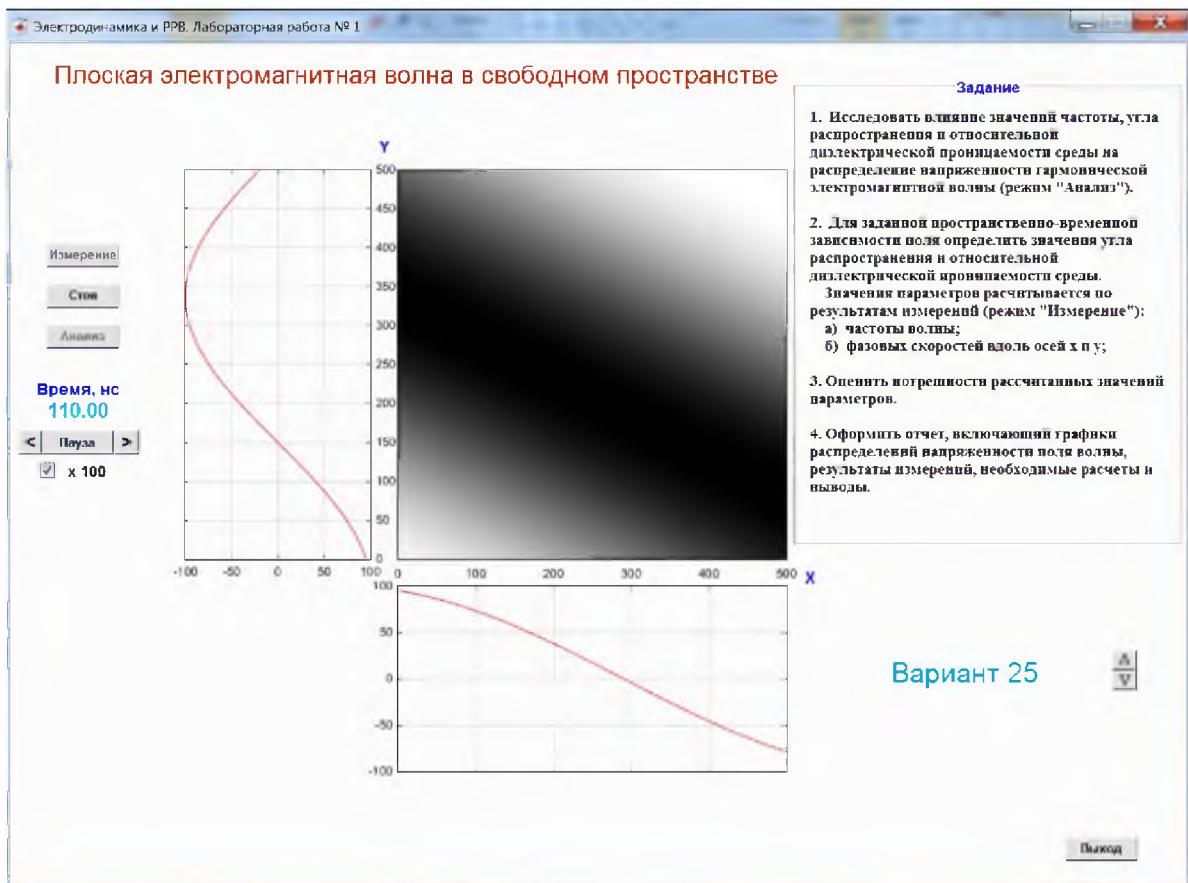


Рис. 2. Режим "Измерение".

### **3. Порядок выполнения работы**

- 3.1. Выбрать заданный преподавателем номер варианта.
- 3.2. Исследовать влияние значений частоты, угла распространения и относительной диэлектрической проницаемости среды на распределение напряженности гармонической электромагнитной волны (режим "Анализ", см. рис.1).
- 3.3. Для заданной пространственно-временной зависимости поля определить значения угла распространения и относительной диэлектрической проницаемости среды.  
Значения параметров рассчитываются по результатам измерений (режим "Измерение", см. рис.2):
  - а) частоты волны;
  - б) фазовых скоростей вдоль осей  $x$  и  $y$ ;
- 3.4. Оценить погрешности рассчитанных значений параметров.
- 3.5. Оформить отчет, включающий
  - титульный лист в принятом на кафедре формате;
  - цели работы;
  - графики распределений напряженности поля волны;
  - результаты измерений;
  - необходимые вычисления и результаты расчетов с указанием значений погрешностей;
  - выводы.

### **4. Контрольные вопросы**

1. В чем заключается отличие волновых процессов от колебательных процессов в радиотехнических цепях?
2. Каковы основные особенности электромагнитного поля, подтверждающие его материальность?
3. В чем заключается физический смысл векторов, характеризующих электромагнитное поле?
4. В чем состоит физический смысл тока смещения?
5. Какие векторы электромагнитного поля называют основными и почему?
6. Какие электрофизические параметры характеризуют материальные среды?
7. Какую среду называют изотропной?
8. Какую среду называют линейной?
9. Какую среду называют однородной?
10. Дайте определение плоской однородной волны. Как направлены векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ ?
11. Каковы основные свойства плоской волны?
12. Дайте определения фазовой и групповой скоростей.
13. Дайте определение волнового сопротивления среды.
14. Как связаны между собой векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  в однородной плоской волне?
15. Как связана фазовая скорость плоской волны с электрофизическими параметрами среды?
16. Дайте определения фронта плоской волны и ее фазового фронта
17. Что называют фазой плоской волны? Какие величины ее определяют?
18. Как фазовая скорость плоской волны зависит от частоты?
19. Дайте определение характеристического (волнового) сопротивления.
20. Дайте определение поперечного характеристического (волнового) сопротивления.

## **5. Библиографический список**

1. Электродинамика и распространение радиоволн: учебное пособие / Д.Ю. Муромцев, Ю.Т. Зырянов, П.А. Федюнин и др. - Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2012. - 200 с. ISBN/ISSN:978-5-8256-1146-6. Ссылка Интернет <http://window.edu.ru/resource/211/80211>.
2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн : учебник для вузов / Б.М.Петров .— 2-е изд. испр. — М. : Горячая линия-Телеком, 2007 .— 558с.
3. Основы радиоэлектроники: Электродинамика и распространение радиоволн : Учеб. пособие для вузов / А.М. Кугушев, Н.С. Голубева, В.Н. Митрохин .— М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 .— 368с.

## Лабораторная работа № 2

### "Поляризация плоских волн"

#### 1. Цели и задачи лабораторной работы

Исследование влияние величин компонент напряженности электрического поля на поляризацию плоской электромагнитной волны и расчёт значений параметров, количественно характеризующих поляризацию.

#### 2. Краткие теоретические сведения

Электромагнитные волны, как и любой колебательный процесс, характеризуется амплитудой, фазой и частотой. Однако, для полного описания этих трех параметров оказывается недостаточно. Существенным параметром для волнового процесса является поляризация электромагнитных волн.

Под поляризацией понимают закон изменения направления и величины вектора  $\mathbf{E}$  за период колебаний. Плоскостью поляризации называется плоскость, проведенная через вектор  $\mathbf{E}$  и направление распространения волны (волновой вектор).

Если при распространении плоской волны изменение во времени вектора  $\mathbf{E}$  по величине и направлению не приводит к изменению ориентации плоскости поляризации в пространстве, то волна называется линейно-поляризованной. При этом поляризация называется вертикальной, если плоскость поляризации перпендикулярна плоскости  $XOY$ . Поляризация называется горизонтальной, если плоскость поляризации параллельна плоскости  $XOY$ . Другие случаи линейной поляризации описывают наклонную поляризацию. Она характеризуется углом наклона относительно плоскости  $XOY$  (рис. 1, а).

В тех случаях, когда пространственное положение плоскости поляризации изменяется, поляризация называется вращающейся. Если вектор  $\mathbf{E}$  остается постоянным по величине, но вращается с угловой скоростью в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны), то поляризация называется круговой. При этом волна считается правого вращения, если, смотря по направлению распространения волны вектор  $\mathbf{E}$  поворачивается по часовой стрелке. Другому случаю (вращение против часовой стрелки) соответствует волна левой поляризации (рис. 1, б).

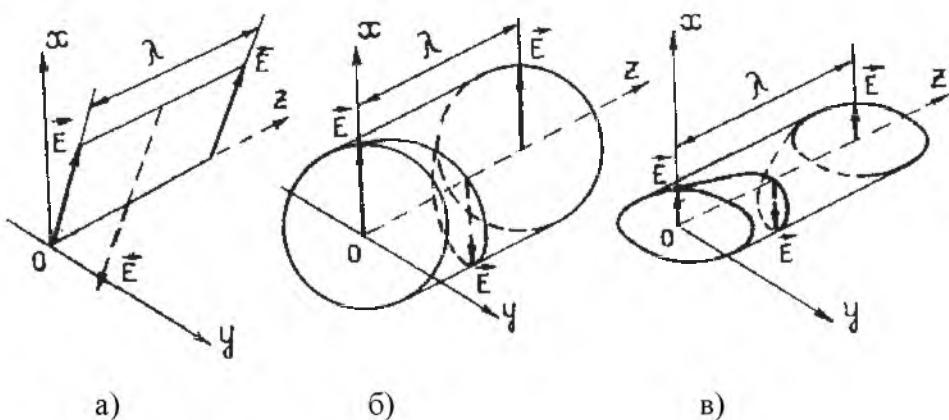


Рис. 1. Виды поляризации электромагнитной волны

Обозначим  $\phi = \phi_x - \phi_y$ , тогда суммируя эти два колебания, возведя в квадрат левую и правую части, получим

$$\left(\frac{E_x}{E_{mx}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{mx}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{my}}\right)\cos\varphi + \left(\frac{E_y}{E_{my}}\right)^2 = 0. \quad (1)$$

Это уравнение кривой второго порядка.

При этом, если сдвиг фаз  $\varphi = \varphi_x - \varphi_y = \pi/2$  и амплитуды колебаний равны между собой  $E_{mx} = E_{my} = E_m$ , то получим уравнение окружности

$$E_x^2 + E_y^2 = E_m^2, \quad (2)$$

т.е. для создания волны с круговой поляризацией можно использовать сумму двух линейно поляризованных колебаний равных амплитуд со сдвигом фаз  $\pi/2$ .

Если взять два колебания с разными амплитудами и фазовым сдвигом  $\pi/2$ , получим уравнение эллипса. Аналогично уравнение эллипса получается, если суммировать два линейно поляризованных колебания с одинаковыми амплитудами и фазовым сдвигом  $0 < \varphi < \pi/2$ .

Для количественной оценки эллиптической поляризации применяют:

- коэффициент эллиптичности, равный отношению малой полуоси эллипса к большой (для его определения нужно привести уравнение (1) к каноническому уравнению эллипса, для чего следует повернуть исходную систему координат вокруг оси  $OZ$  таким образом, чтобы оси эллипса совместились с осями системы координат); знак коэффициента эллиптичности определяется направлением вращения вектора  $\mathbf{E}$  ("+" - правое вращение, "-" - левое вращение);

- угол ориентации (угол наклона большой оси эллипса относительно оси  $OY$ ). Изменяется в пределах  $-90^\circ \dots +90^\circ$ .

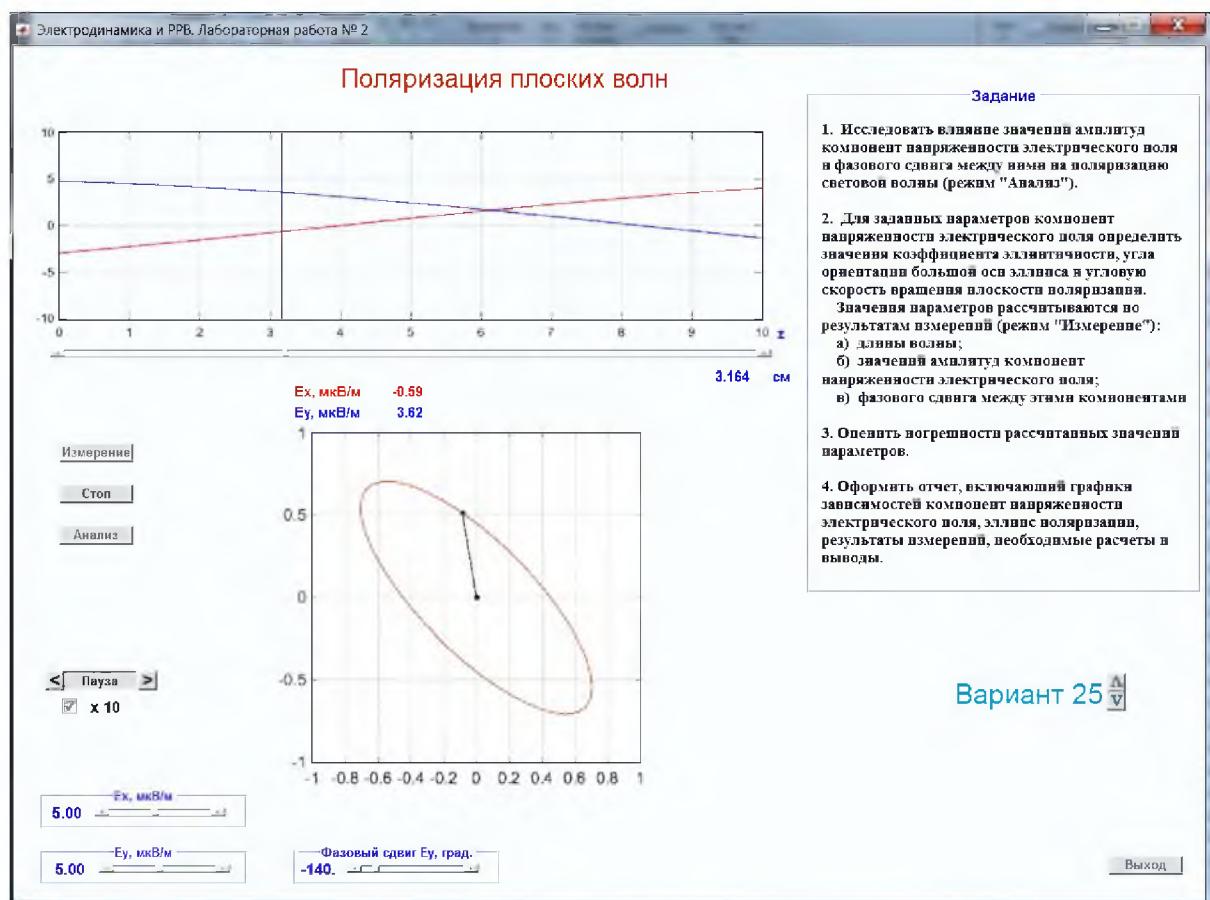


Рис. 2. Режим "Анализ".

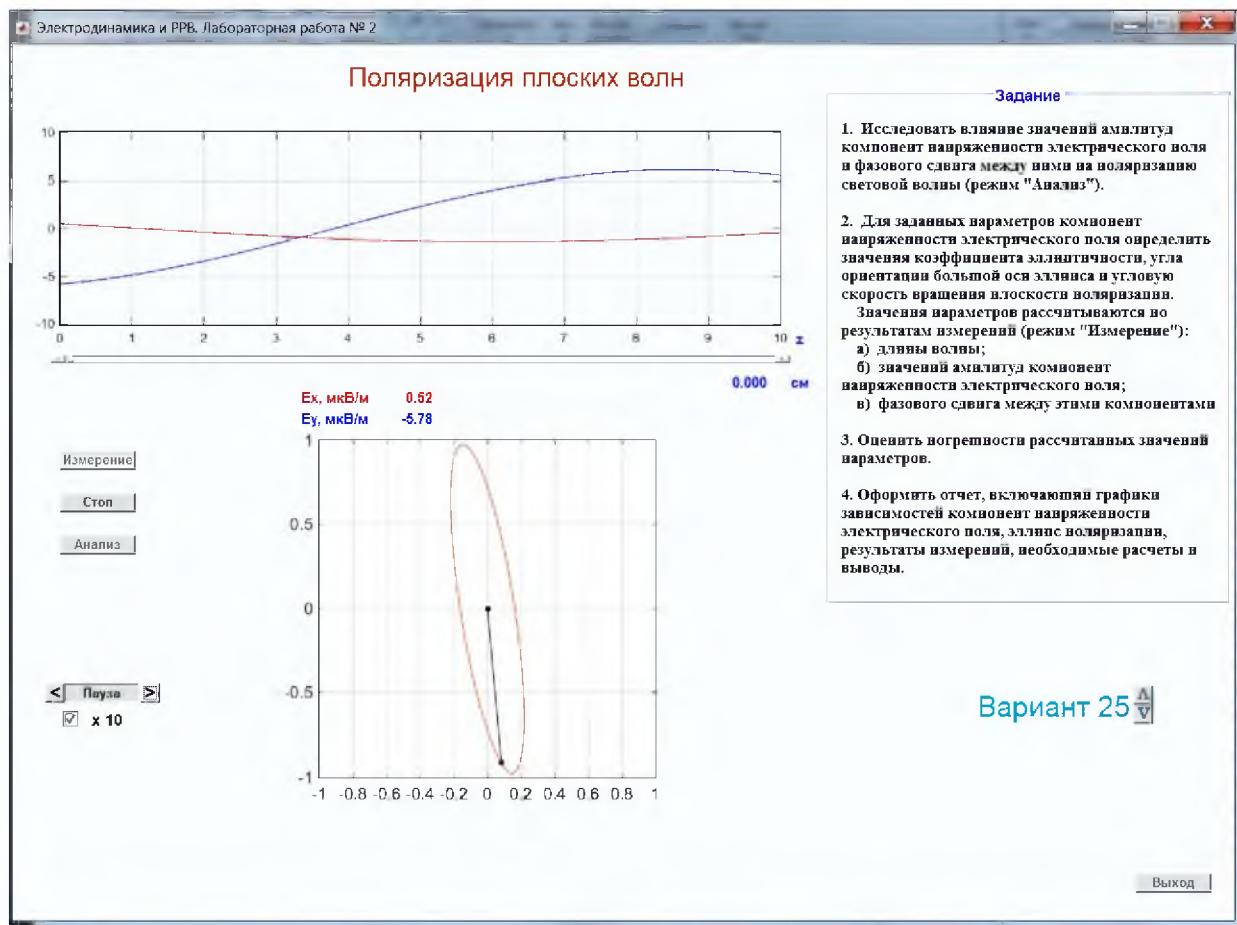


Рис. 3. Режим "Измерение".

### 3. Порядок выполнения работы

- 3.1. Выбрать заданный преподавателем номер варианта.
- 3.2. Исследовать влияние значений амплитуд компонент напряженности электрического поля и фазового сдвига между ними на поляризацию волны (режим "Анализ", см. рис.2).
- 3.3. Для заданных параметров компонент напряженности электрического поля определить значения коэффициента эллиптичности, угла ориентации большой оси эллипса и угловую скорость вращения плоскости поляризации.  
Значения параметров рассчитываются по результатам измерений (режим "Измерение", см. рис.3):
  - а) длины волны;
  - б) значений амплитуд компонент напряженности электрического поля;
  - в) фазового сдвига между этими компонентами.
- 3.4. Оценить погрешности рассчитанных значений параметров.
- 3.5. Оформить отчет, включающий
  - титульный лист в принятом на кафедре формате;
  - цели работы;
  - результаты измерений;
  - графики зависимостей компонент напряженности электрического поля;
  - график эллипса поляризации,
  - необходимые вычисления и результаты расчетов с указанием значений погрешностей;
  - выводы.

#### **4. Контрольные вопросы**

1. Дайте определение плоскости поляризации волны.
2. Дайте определение линейной, круговой и эллиптической поляризаций плоской волны.
3. Суперпозицией каких волн можно представить электромагнитную волну круговой поляризации?
4. Какими параметрами определяется поляризация?
5. Как математически можно представить волны круговой, линейной и эллиптической поляризаций?
6. Как определяется направление круговой поляризации?
7. Поясните различие левой и правой круговой поляризаций.
8. Дайте определение коэффициента эллиптичности?
9. Какие значения может принимать коэффициент эллиптичности?
10. Какие значения может принимать угол ориентации большой оси эллипса поляризации?
11. Представьте эллиптически поляризованную волну двумя волнами круговой поляризации.
12. Представьте линейно поляризованную волну двумя волнами круговой поляризации.
13. Представьте эллиптически поляризованную волну двумя волнами линейной поляризации.
13. Чему равна угловая скорость вращения плоскости поляризации волны с круговой поляризацией?
15. Охарактеризуйте угловую скорость вращения плоскости поляризации волны с эллиптической поляризацией?
16. Как изменяется положение в пространстве вектора  $\mathbf{E}$  линейно поляризованной волны при ее распространении.
17. Как определить значение коэффициента эллиптичности при заданной пространственно-временной зависимости вектора  $\mathbf{E}$ ?
18. Как определить значение угла ориентации большой оси эллипса поляризации при заданной пространственно-временной зависимости вектора  $\mathbf{E}$ ?
19. Дайте определение поляризационного базиса. Приведите пример поляризационного базиса.
20. Что с физической точки зрения означает ортогональность составляющих поляризационного базиса?

#### **2. Библиографический список**

1. Электродинамика и распространение радиоволн: учебное пособие / Д.Ю. Муромцев, Ю.Т. Зырянов, П.А. Федюнин и др. - Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2012. - 200 с. ISBN/ISSN:978-5-8256-1146-6. Ссылка Интернет <http://window.edu.ru/resource/211/80211>.
2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн : учебник для вузов / Б.М.Петров . — 2-е изд. испр. — М. : Горячая линия-Телеком, 2007 . — 558с.
3. Основы радиоэлектроники: Электродинамика и распространение радиоволн : Учеб. пособие для вузов / А.М. Кугушев, Н.С. Голубева, В.Н. Митрохин . — М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 . — 368с.

## Лабораторная работа № 3

### "Полное прохождение и полное отражение волн на плоской границе раздела сред"

#### 1. Цели и задачи лабораторной работы

Исследование влияния свойств сред на отражение и преломление плоской электромагнитной волны на плоской границе раздела сред. Оценка значений относительных диэлектрической и магнитной проницаемостей среды по результатам измерений параметров электромагнитной волны.

#### 2. Краткие теоретические сведения

При взаимодействии плоской электромагнитной волны с плоской границей раздела сред в общем случае возникают отраженная и преломленная волны. Направления распространения этих волн определяются соответственно углами *отражения и преломления*, образуемыми волновыми векторами волн и нормалью к границе раздела. Волновые векторы падающей, отраженной и преломленной волн лежат в плоскости, называемой *плоскостью падения*. Если ось *X* декартовой системы координат совместить с границей раздела сред, а ось *Y* направить перпендикулярно границе раздела, то значения этих углов связаны известным соотношением

$$k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2. \quad (1)$$

Здесь  $k_1$  и  $k_2$  – амплитуды волновых векторов отраженной и прошедшей волн, а  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – углы отражения (равен углу падения) и преломления соответственно.

Амплитуды отраженной и преломленной волн зависят не только от значений угла падения и параметров сред, но и от ориентации векторов напряженностей электромагнитного поля. Различают два основных случая – вектор **E** лежит в плоскости падения (*параллельная поляризация*) и вектор **E** перпендикулярен ей (*перпендикулярная поляризация*). Отношения амплитуд отраженной и прошедшей волн к амплитуде падающей волны называют *коэффициентами отражения*  $\rho$  и *преломления*  $\tau$  соответственно. Их значения даются соотношениями, называемыми *формулами Френеля*:

- параллельная поляризация

$$\rho_{\parallel} = -\frac{Z_2 \cos \theta_2 - Z_1 \cos \theta_1}{Z_2 \cos \theta_2 + Z_1 \cos \theta_1}, \quad (2)$$

$$\tau_{\parallel} = \frac{2Z_2 \cos \theta_1}{Z_2 \cos \theta_2 + Z_1 \cos \theta_1}; \quad (3)$$

- перпендикулярная поляризация

$$\rho_{\perp} = \frac{Z_2 \cos \theta_1 - Z_1 \cos \theta_2}{Z_2 \cos \theta_1 + Z_1 \cos \theta_2}, \quad (4)$$

$$\tau_{\perp} = \frac{2Z_2 \cos \theta_1}{Z_2 \cos \theta_1 + Z_1 \cos \theta_2}. \quad (5)$$

В формулах Френеля  $Z_i = 120\pi\sqrt{\mu_i/\varepsilon_i}$  – волновое (характеристическое) сопротивление *i*-среды.

Анализ формул Френеля показывает, что для некоторых соотношений между значениями параметров сред и определенном угле падения отраженная волна может отсутствовать – наблюдается явление *согласования сред* или явление *Брюстера*. Соответствующий угол падения называют *углом Брюстера*.

С другой стороны, из соотношения (1) следует, что если  $k_1 > k_2$ , то при некотором угле падения  $\sin \theta_2$  может стать равным единице, т.е. угол преломления  $\theta_2 = 90^\circ$ . При этом согласно формулам Френеля коэффициент отражения становится равным единице и при увеличении угла падения преломленная волна пропадает – наблюдается явление *полного отражения*. Угол падения, при котором преломленная волна распространяется вдоль границы раздела (начало явления полного отражения), называют *критическим углом*.

Измерение значений углов, соответствующих явлениям согласования сред (угол Брюстера) и полного отражения (критический угол) дает возможность с помощью соотношений (1) - (5) вычислить значения относительных диэлектрической и магнитной проницаемостей второй среды при известных параметрах первой среды.

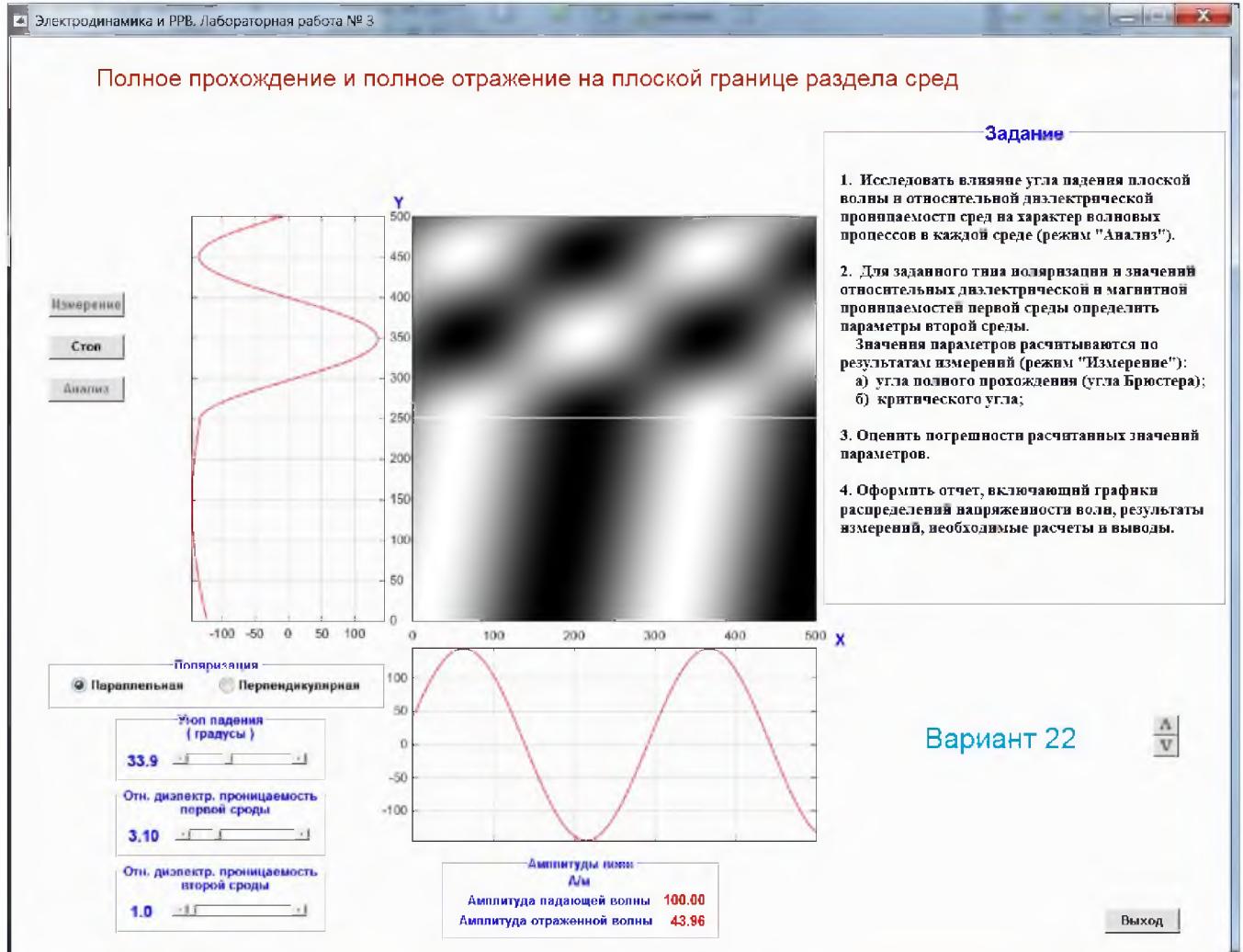


Рис. 1. Режим "Анализ".

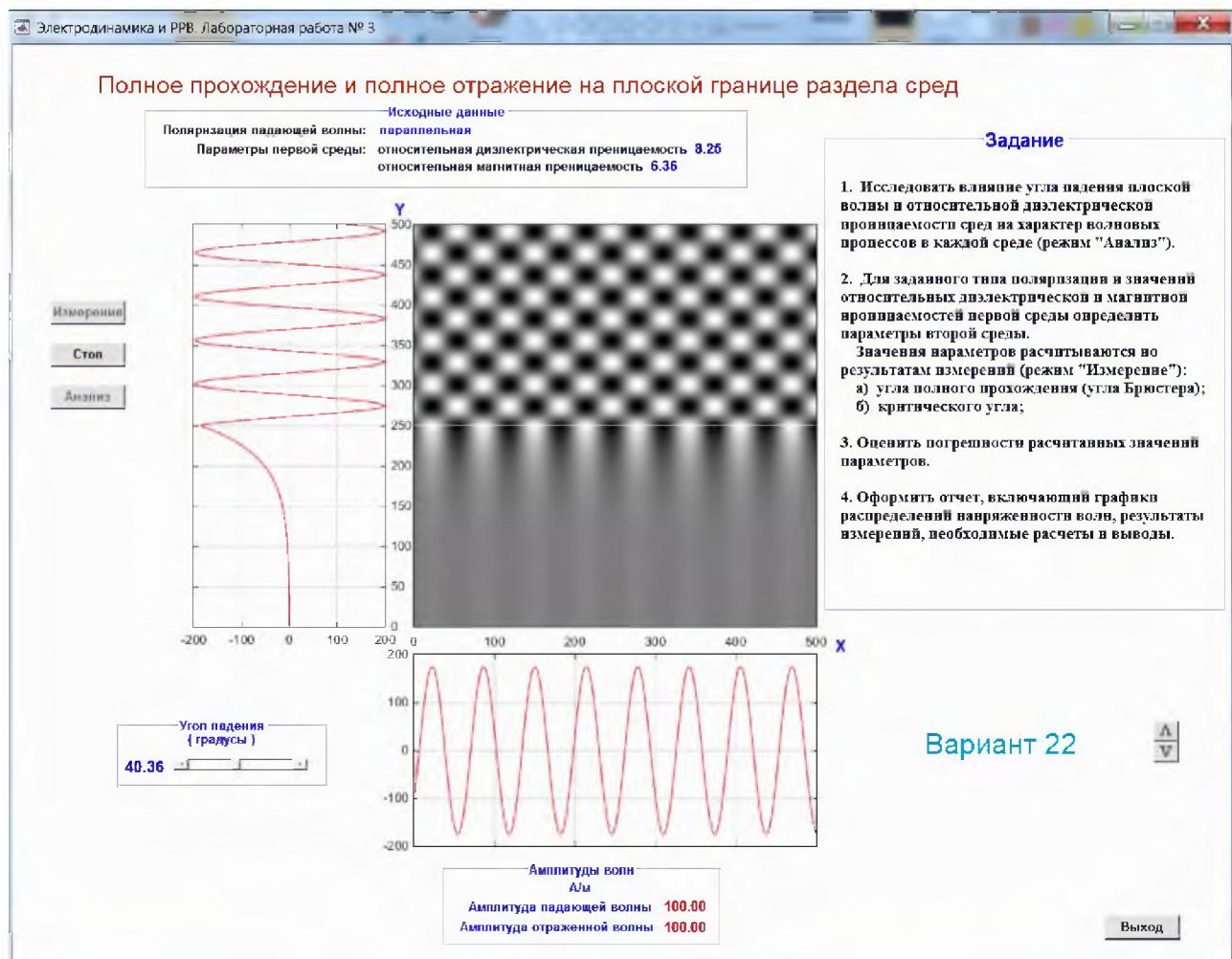


Рис. 2. Режим "Измерение".

### 3. Порядок выполнения работы

- 3.1. Выбрать заданный преподавателем номер варианта.
- 3.2. Исследовать влияние угла падения плоской волны и относительной диэлектрической проницаемости сред на характер волновых процессов в каждой среде (режим "Анализ", см. рис.1).
- 3.3. Для заданного типа поляризации и значений относительных диэлектрической и магнитной проницаемостей первой среды определить параметры второй среды.  
Значения параметров рассчитываются по результатам измерений (режим "Измерение", см. рис.2):
  - а) угла полного прохождения (угла Брюстера);
  - б) критического угла;
- 3.4. Оценить погрешности рассчитанных значений параметров.
- 3.5. Оформить отчет, включающий
  - титульный лист в принятом на кафедре формате;
  - цели работы;
  - графики распределений напряженности поля волны;
  - результаты измерений;
  - необходимые вычисления и результаты расчетов с указанием значений погрешностей;
  - выводы.

#### **4. Контрольные вопросы**

1. Какие соотношения связывают векторы электромагнитного поля на границе раздела двух сред?
2. Как связаны углы падения, отражения и преломления согласно законам Снеллиуса?
3. Как ориентированы друг относительно друга плоскость равных фаз и плоскость равных амплитуд в неоднородной плоской волне, распространяющейся в среде без потерь?
4. Что называют плоскостью падения волны на границу раздела двух сред?
5. Какую волну, падающую на плоскую границу раздела двух сред называют горизонтально поляризованной?
6. Какую волну, падающую на плоскую границу раздела двух сред называют вертикально поляризованной?
7. Опишите волновой процесс во второй среде при падении плоской волны на границу раздела под углом, превышающим критический угол.
8. При каком условии при падении плоской волны на границу раздела двух диэлектриков может наблюдаться явление полного прохождения?
9. При каком условии при падении плоской волны на границу раздела двух диэлектриков может наблюдаться явление полного отражения?
10. Что такое угол Брюстера и при каких условиях он существует?
11. Почему угол Брюстера называют углом полной поляризации?
12. Если плоская волна круговой поляризации падает на плоскую границу раздела воздух — диэлектрик без потерь под произвольным углом, какие поляризации будут иметь отраженная и преломленная волны?
13. Плоская волна круговой поляризации падает на плоскую границу раздела двух диэлектриков под углом Брюстера. Какую поляризацию будет иметь отраженная волна, какую — прошедшая?
14. Укажите закон изменения амплитуды и фазы поля в стоячей электромагнитной волне. Чему равна передаваемая стоячей волной мощность?
15. Сформулируйте основные законы отражения и преломления электромагнитных волн при нормальном падении. Что такое согласованные среды?
16. Какова структура поля по обе стороны от границы раздела при полном внутреннем отражении?
17. Дайте определение медленной волны.
18. Определите зависимость поперечных волновых сопротивлений от угла падения для волн с параллельной поляризацией при падении из среды 1 в среду 2 для случая  $\epsilon_1 > \epsilon_2$ .
19. Определите зависимость поперечных волновых сопротивлений от угла падения для волн с перпендикулярной поляризацией при падении из среды 1 в среду 2 для случая  $\epsilon_1 < \epsilon_2$ .
20. Определите зависимость коэффициента отражения (модуля и фазы) от угла падения для волн с параллельной поляризацией при падении из среды 1 в среду 2 для случая  $\epsilon_1 > \epsilon_2$ .

#### **2. Библиографический список**

1. Электродинамика и распространение радиоволн: учебное пособие / Д.Ю. Муромцев, Ю.Т. Зырянов, П.А. Федюнин и др. - Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2012. - 200 с. ISBN/ISSN: 978-5-8256-1146-6. Ссылка Интернет <http://window.edu.ru/resource/211/80211>.
2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн : учебник для вузов / Б.М.Петров .— 2-е изд. испр. — М. : Горячая линия-Телеком, 2007 .— 558с.
3. Основы радиоэлектроники: Электродинамика и распространение радиоволн : Учеб. пособие для вузов / А.М. Кугушев, Н.С. Голубева, В.Н. Митрохин .— М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 .— 368с.

# Лабораторная работа № 4

## "Плоская электромагнитная волна в среде с потерями"

### 1. Цели и задачи лабораторной работы

Исследование влияния значений угла падения, тангенса угла диэлектрических потерь и относительной диэлектрической проницаемости на распределение напряженности гармонической электромагнитной волны. Оценка тангенса угла диэлектрических потерь по результатам измерений параметров электромагнитной волны.

### 2. Краткие теоретические сведения

Характеристикой среды с проводимостью является комплексная диэлектрическая проницаемость  $\hat{\epsilon}_a = \epsilon_a (1 - i\sigma/\omega\epsilon_a)$ , где  $\sigma$  - удельная проводимость среды. Отношение удельной проводимости среды к величине  $\omega\epsilon_a$  называется тангенсом угла потерь  $\operatorname{tg}\Delta = \sigma/\omega\epsilon_a$ .

Класс среды может быть определен по тангенсу угла потерь: при  $\operatorname{tg}\Delta > 10$  - проводник, при  $\operatorname{tg}\Delta < 0.1$  - диэлектрик, при  $0.1 < \operatorname{tg}\Delta < 10$  - полупроводник. Отсюда видно, что класс среды определяется не только первичными электрическими параметрами, но и частотой электромагнитной волны. Одна и та же среда при разных частотах может проходить весь диапазон классов.

Иногда вводят понятие граничной частоты, т.е. частоты, при которой токи проводимости и смещения равны:

$$|\mathbf{j}_{\text{пр}}| = |\mathbf{j}_{\text{см}}|,$$

$$|\sigma \dot{E}_m| = \left| \epsilon_a \frac{\partial \dot{E}_m}{\partial t} \right| = |\omega \epsilon_a \dot{E}_m| \Rightarrow \sigma = \omega \epsilon_a \Rightarrow \omega_{\text{rp}} = \sigma / \epsilon_a,$$

при

$\omega \geq 10\omega_{\text{rp}}$  - среду рассматривают как диэлектрик;

$0.1\omega_{\text{rp}} \leq \omega \leq 10\omega_{\text{rp}}$  - рассматривают как полупроводник;

$\omega \leq 0.1\omega_{\text{rp}}$  - рассматривают как проводник.

Коэффициент распространения (проекция волнового вектора на направление распространения) в средах с проводимостью становится комплексной величиной и может быть представлен в алгебраической  $\dot{\gamma} = \beta - i\alpha$  и показательной  $\dot{\gamma} = |\dot{\gamma}| \exp(-i\psi)$  формах, причем  $|\dot{\gamma}| = \sqrt{\beta^2 + \alpha^2}$ ,  $\psi = \operatorname{arctg}(\alpha/\beta)$ .

Для коэффициентов затухания и фазы имеют место следующие соотношения

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu_a \epsilon_a}{2} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega \epsilon_a} \right)^2} + 1 \right]}, \quad (1a)$$

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu_a \epsilon_a}{2} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega \epsilon_a} \right)^2} - 1 \right]}. \quad (16)$$

В средах с потерями волновое сопротивление становится комплексной величиной

$$\dot{Z}_B = \frac{\omega \mu_a}{\dot{\gamma}} = \frac{\omega \mu_a}{|\dot{\gamma}|} e^{i\psi}. \quad (2)$$

Формулы поля плоской электромагнитной волны с учетом выражения для волнового сопротивления могут быть представлены в виде

$$\dot{\mathbf{E}} = \dot{\mathbf{E}}_m(\xi) e^{i\omega t} = \mathbf{E}_m(\xi) e^{-i\dot{\gamma}\xi} e^{i\omega t} = \mathbf{E}_m(\xi) e^{-\alpha\xi} e^{i(\omega t - \beta\xi)}, \quad (3a)$$

$$\dot{\mathbf{H}}_m = \frac{1}{\dot{Z}_B} (\mathbf{n} \times \dot{\mathbf{E}}_m(\xi)) e^{i\omega t} = \frac{|\dot{\gamma}|}{\omega \mu_a} (\mathbf{n} \times \mathbf{E}_m) e^{-\alpha\xi} e^{i(\omega t - \beta\xi - \psi)}, \quad (3b)$$

где  $\mathbf{n}$  - единичная нормаль к волновому фронту,  $\xi$  - координата, отсчитываемая вдоль направления распространения.

Из (3) следует, что поле плоской волны в среде с потерями обладает следующими свойствами:

1) векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  перпендикулярны друг другу и направлению распространения волны, т.е. волна является поперечной, но между векторами появляется фазовый сдвиг  $\psi$ , который тем меньше, чем меньше коэффициент затухания  $\alpha$ ;

2) амплитуды векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  убывают по экспоненциальному закону с увеличением расстояния  $\xi$ ;

3) поверхности равных амплитуд совпадают с поверхностями равных фаз, поэтому они, как и волны в среде без потерь, являются однородными волнами.

Вектор Пойнтинга и средний за период вектор Пойнтинга определяются выражениями:

$$\mathbf{P} = \frac{|\dot{\gamma}|}{2\omega \mu_a} E_m^2 e^{-2\alpha\xi} [\cos \psi + \cos 2(\omega t - \beta\xi - \psi/2)] \mathbf{n}; \quad (4a)$$

$$\mathbf{P}_{ep} = \frac{|\dot{\gamma}|}{2\omega \mu_a} E_m^2 e^{-2\alpha\xi} \cos \psi \mathbf{n}. \quad (4b)$$

из которых видно, что в среде с потерями вектор Пойнтинга может иметь направление, противоположное направлению распространения волны, в то время как средний за период вектор Пойнтинга всегда совпадает с направлением распространения плоской волны. Ослабление или затухание плотности потока мощности происходит вдвое быстрее, чем амплитуд составляющих.

Фазовая скорость плоской электромагнитной волны в средах с потерями

$$v = \frac{d\xi}{dt} = \frac{\omega}{\beta} \quad (5)$$

определяется коэффициентом фазы и зависит от частоты электромагнитных колебаний. Зависимость фазовой скорости гармонических волн от их частоты называется дисперсией, поэтому в средах с потерями имеет место дисперсия.

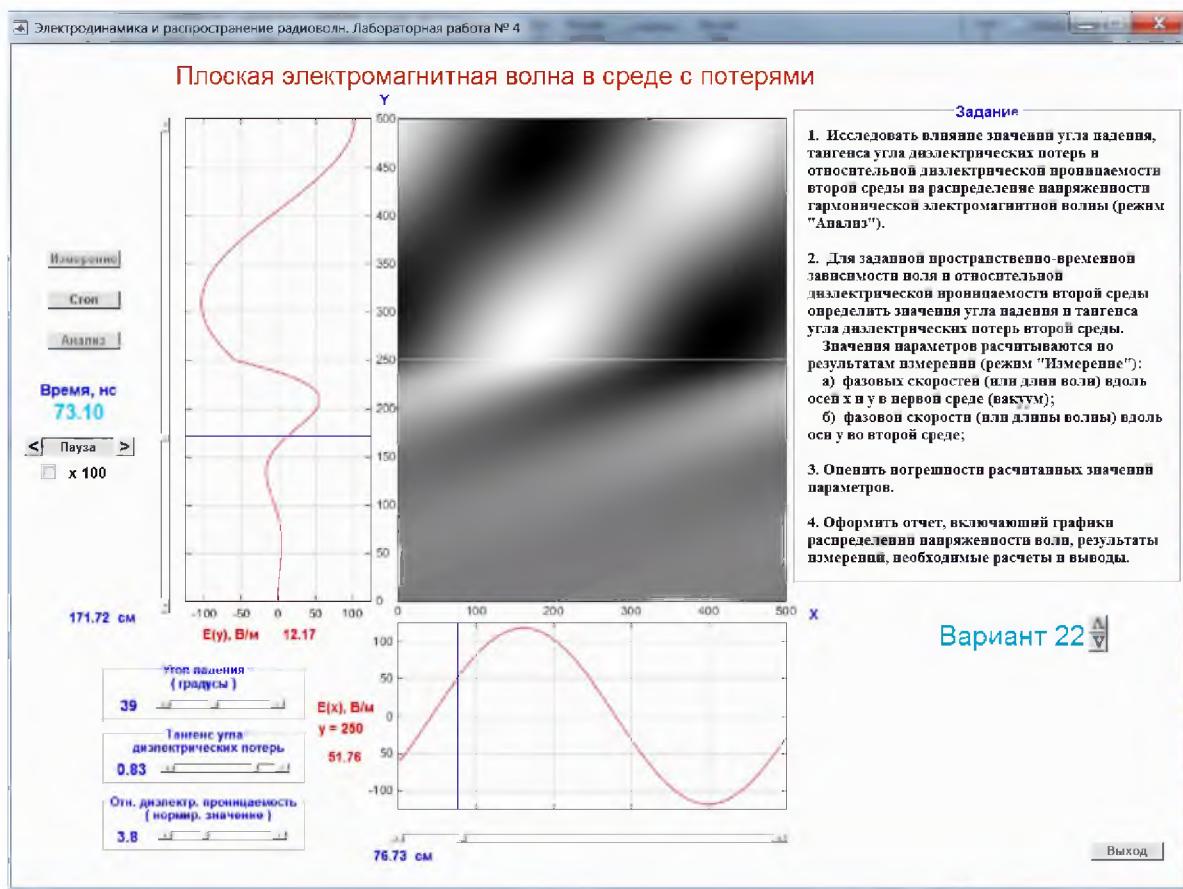


Рис. 1. Режим "Анализ".

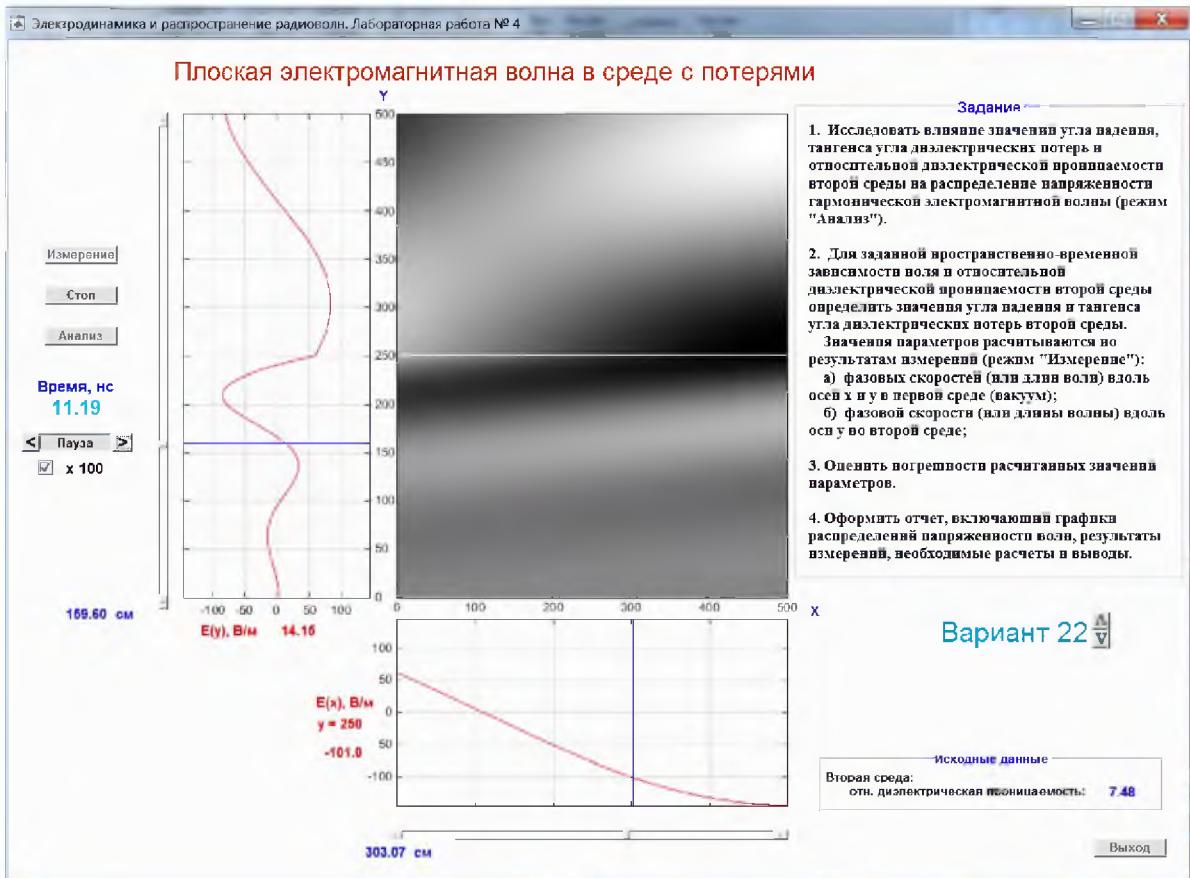


Рис. 2. Режим "Измерение".

### **3. Порядок выполнения работы**

- 3.1. Выбрать заданный преподавателем номер варианта.
- 3.2. Исследовать влияние значений угла падения, тангенса угла диэлектрических потерь и относительной диэлектрической проницаемости второй среды на распределение напряженности гармонической электромагнитной волны (режим "Анализ", см. рис.1).
- 3.3. Для заданной пространственно-временной зависимости поля и относительной диэлектрической проницаемости второй среды определить значения угла падения, тангенса угла диэлектрических потерь второй среды и глубины проникновения.  
Значения параметров рассчитываются по результатам измерений (режим "Измерение", см. рис.2):
  - а) фазовых скоростей (или длин волн) вдоль осей  $x$  и  $y$  в первой среде (вакуум);
  - б) фазовой скорости (или длины волны) вдоль оси  $y$  во второй среде;
  - в) минимум частоты поперечного волнового числа (коэффициента ослабления) во второй среде;
- 3.4. Оценить погрешности рассчитанных значений параметров.
- 3.5. Оформить отчет, включающий
  - титульный лист в принятом на кафедре формате;
  - цели работы;
  - графики распределений напряженности поля волны;
  - результаты измерений;
  - необходимые вычисления и результаты расчетов с указанием значений погрешностей;
  - выводы.

### **4. Контрольные вопросы**

1. Каковы классификации сред, применяющиеся в электродинамике?
2. К какому классу относят вещество плотность тока проводимости в котором намного больше плотности тока смещения?
3. Какую среду относят к идеальным диэлектрикам?
4. Какую среду относят к проводящей?
5. Какую среду нельзя отнести ни к проводникам ни к диэлектрикам?
6. Какой вид имеют материальные уравнения для векторов электромагнитного поля?
7. Какой характер носит волновое число в различных средах?
8. В чем заключаются особенности распространения плоской волны в средах с проводимостью?
9. Что такое дисперсия волн? При каких условиях она наблюдается?
10. Дайте определение скоростей, характеризующих распространение волн, и поясните их физический смысл.
11. Какова природа явления дисперсии при распространении плоской волны в полупроводящей среде?
12. Как зависит скорость затухания электромагнитной волны в несовершенном диэлектрике от частоты при условии независимости параметров диэлектрика от частоты?
13. Опишите свойства металла как среды, в которой распространяются электромагнитные волны СВЧ-диапазона.
14. Дайте определение понятия «глубина проникновения».
15. Как изменяется значение глубины проникновения с изменением частоты?
16. Как определяется угол преломления в среде с потерями?
17. Дайте описание прошедшей волны в среде с потерями.

18. Как зависит величина поперечного волнового числа прошедшей волны в среде с потерями от значения угла падения?
19. Как определяется фазовая скорость прошедшей волны в среде с потерями?
20. Как определяется характеристическое сопротивление среды с потерями?

## **2. Библиографический список**

1. Электродинамика и распространение радиоволн: учебное пособие / Д.Ю. Муромцев, Ю.Т. Зырянов, П.А. Федюнин и др. - Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2012. - 200 с. ISBN/ISSN:978-5-8256-1146-6. Ссылка Интернет <http://window.edu.ru/resource/211/80211>.
2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн : учебник для вузов / Б.М.Петров .— 2-е изд. испр. — М. : Горячая линия-Телеком, 2007 .— 558с.
3. Основы радиоэлектроники: Электродинамика и распространение радиоволн : Учеб. пособие для вузов / А.М. Кугушев, Н.С. Голубева, В.Н. Митрохин .— М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 .— 368с.

## Лабораторная работа № 5

### "Волны в нагруженной линии передачи"

#### 1. Цели и задачи лабораторной работы

Исследование волновых процессов в нагруженной линии передачи и расчёт значений параметров нагрузки по результатам измерений параметров распределения напряжения.

#### 2. Краткие теоретические сведения

Пусть отрезок регулярной линии передачи, обладающий известным волновым сопротивлением  $Z_B$ , подключен к некоторому нагрузочному сопротивлению  $Z_H$ , в общем случае комплексному (рис. 1). Продольная координата  $x$  измеряется в направлении от нагрузки к генератору; начало отсчета совпадает с зажимами нагрузки. Генератор обеспечивает гармоническое возбуждение линии передачи с заданной частотой  $\omega$ .

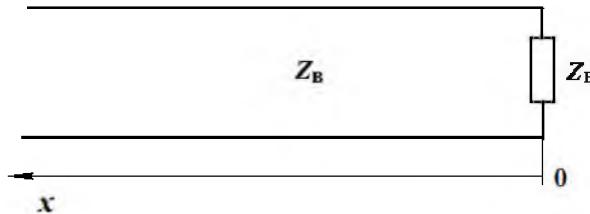


Рис. 1. Нагруженная линия передачи.

В системе, изображенной на рис. 1, имеет место волновой процесс наиболее общего вида, представляемый суммой двух бегущих волн, перемещающихся с одинаковой фазовой скоростью в противоположных направлениях. Волну, движущуюся по направлению от генератора к нагрузке, называют *падающей* в отличие от волны *отраженной*, движущейся от нагрузки к генератору. Отношение комплексных амплитуд напряжения отраженной и падающей волн в точке подключения нагрузки ( $x = 0$ ) определяет *коэффициент отражения от нагрузки*  $\rho$ . Его величина зависит от свойств двухполюсника нагрузки и волнового сопротивления линии передачи

$$\rho = \frac{Z_H - Z_B}{Z_H + Z_B}. \quad (1)$$

Сопротивление двухполюсника нагрузки  $Z_H = R_H + iX_H$  обычно удовлетворяет условию пассивности:  $R_H \geq 0$ . Если волновое сопротивление  $Z_B$  чисто активное, то модуль коэффициента отражения удовлетворяет неравенству  $|\rho| \leq 1$ . Это означает, что *амплитуда отраженной волны не может превосходить амплитуду волны, падающей на нагрузку*.

Одновременное существование в линии передачи двух волн - падающей и отраженной, которые в разных точках линии обладают различными фазовыми сдвигами, приводит к тому, что результирующее колебание изменяет свою амплитуду и начальную фазу от точки к точке, т.е. имеет место *интерференция* падающей и отраженной волн.

Если линия передачи не имеет потерь, то выражение, описывающее закон изменения комплексной амплитуды результирующего колебания имеет вид:

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_{\text{пад}}(x) + \dot{U}_{\text{отр}}(x) = \dot{U}_{0\text{пад}} e^{i\beta x} + \dot{U}_{0\text{отр}} e^{-i\beta x} = \dot{U}_{0\text{пад}} e^{i\beta x} (1 + \rho e^{-i2\beta x}). \quad (2)$$

Коэффициент отражения от нагрузки в общем случае - комплексная величина

$$\rho = |\rho| e^{i\varphi_{\text{H}}}. \quad (3)$$

Учитывая это, после несложных преобразований выражения (2) получаем формулу, описывающую закон относительного изменения амплитуды напряжения вдоль линии передачи, нагруженной на произвольный пассивный двухполюсник:

$$\left| \frac{\dot{U}(x)}{\dot{U}_{0\text{пад}}} \right| = \sqrt{1 + 2|\rho| \cos(2\beta x - \varphi_{\text{H}}) + |\rho|^2}. \quad (4)$$

Из выражения (4) следует, что амплитуда напряжения в анализируемой линии является периодической функцией продольной координаты - напряжения повторяются через отрезки  $l$ , удовлетворяющие соотношению  $2\beta l = 2\pi$ . Кроме того, относительная амплитуда напряжения колеблется между  $1+|\rho|$  и  $1-|\rho|$ . Такой волновой процесс называют *стоячей волной*. Максимумы в стоячей волне обычно называют *пучностями*, а минимумы - *узлами*. Для количественного описания степени выраженности стоячей волны вводят *коэффициент стоячей волны* (КСВ), равный отношению амплитуды напряжения в пучности стоячей волны к амплитуде напряжения в узле

$$KCB = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}}. \quad (5)$$

Волновой процесс в рассматриваемой линии передачи полностью определяется величиной комплексного коэффициента отражения от нагрузки. Для нахождения этой величины используют формулу (4). Так, измерив КСВ, из (5) после постановки в него выражения (4) определяют значение  $|\rho|$ . Значение фазы коэффициента отражения  $\varphi_{\text{H}}$  можно определить, используя то же выражение (4), если измерить величину смещения узла стоячей волны при замене двухполюсника нагрузки коротким замыканием линии передачи.

Найденное значение коэффициента отражения дает возможность определить значение сопротивления нагрузки из выражения (1).



Рис. 2. Режим "Анализ".

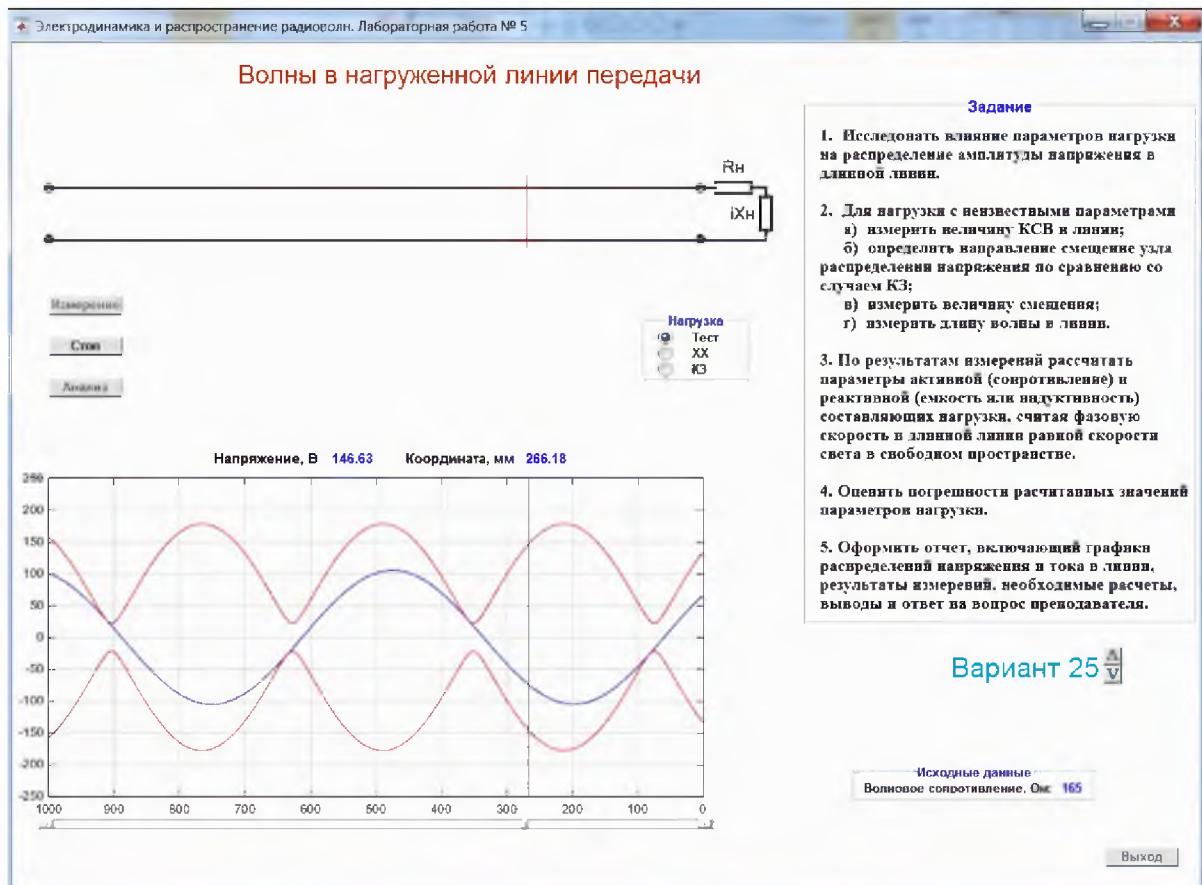


Рис. 3. Режим "Измерение".

### **3. Порядок выполнения работы**

- 3.1. Выбрать заданный преподавателем номер варианта.
- 3.2. Исследовать влияние параметров нагрузки на распределение амплитуды напряжения в длинной линии (режим "Анализ", см. рис.2).
- 3.3. Для заданной нагрузки с неизвестными параметрами выполнить (режим "Измерение", см. рис.3):
  - а) измерение величины КСВ в линии;
  - б) определение направления смещения узла распределения напряжения по сравнению со случаем КЗ;
  - в) измерение величины смещения;
  - г) измерение длины волны в линии.
- 3.4. По результатам измерений рассчитать параметры активной (сопротивление) и реактивной (емкость или индуктивность) составляющих нагрузки, считая фазовую скорость в длинной линии равной скорости света в свободном пространстве.
- 3.5. Оценить погрешности рассчитанных значений параметров.
- 3.6. Оформить отчет, включающий
  - титульный лист в принятом на кафедре формате;
  - цели работы;
  - графики распределений напряжения и тока в линии;
  - результаты измерений;
  - необходимые вычисления и результаты расчетов с указанием значений погрешностей;
  - выводы.

### **4. Контрольные вопросы**

1. Указать и пояснить особенности явлений, связанных с бегущими и стоячими волнами.
3. Что такое коэффициент отражения и каков закон его изменения вдоль волновода?
4. Каковы распределения напряжения и тока в линии передачи в случае произвольной нагрузки на ее конце?
5. Чем определяется коэффициент отражения на конце линии?
6. Какой смысл вкладывается в понятие нормированного входного сопротивления волновода и нормированного сопротивления нагрузки?
7. Каковы распределения напряжения и тока в линии передачи при коротком замыкании и согласованной нагрузке на ее конце?
8. Почему случай открытого волновода не эквивалентен случаю разомкнутой на конце линии?
9. Назовите характерные особенности волн типа Т (TEM).
10. Сформулируйте условия существования Т-волн в линии передачи. Укажите типы линий, для которых эти условия выполняются.
11. По какому закону изменяется вдоль линии коэффициент стоячей волны?
12. Как связаны друг с другом коэффициент отражения и входное сопротивление в произвольном сечении линии?
13. Назовите характерные особенности режима согласованной линии.
14. Назовите характерные особенности режимов короткозамкнутой и разомкнутой линий.
15. Каковы фазы коэффициента отражения в точках минимума и максимума напряжения?
16. Почему в точках максимумов и минимумов входные сопротивления линии чисто активны?
17. Как, зная комплексный коэффициент отражения и пользуясь векторной диаграммой, выяснить знак реактивной составляющей входного сопротивления?
18. Что такое коэффициент бегущей волны?
19. Поясните суть метода вилки для измерения координаты минимума напряжения в линии.

20. Как, пользуясь экспериментально снятой зависимостью  $U(z)$ , найти величину нагрузочного сопротивления?

## **2. Библиографический список**

1. Электродинамика и распространение радиоволн: учебное пособие / Д.Ю. Муромцев, Ю.Т. Зырянов, П.А. Федюнин и др. - Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2012. - 200 с. ISBN/ISSN:978-5-8256-1146-6. Ссылка Интернет <http://window.edu.ru/resource/211/80211>.
2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн : учебник для вузов / Б.М.Петров .— 2-е изд. испр. — М. : Горячая линия-Телеком, 2007 .— 558с.
3. Основы радиоэлектроники: Электродинамика и распространение радиоволн : Учеб. пособие для вузов / А.М. Кугушев, Н.С. Голубева, В.Н. Митрохин .— М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 .— 368с.

## Лабораторная работа № 6

### "Согласование линии передачи с нагрузкой"

#### 1. Цели и задачи лабораторной работы

Исследование согласования нагруженной линии передачи с помощью шлейфа и расчёт значений параметров шлейфа по результатам измерений параметров распределения напряжения и заданным параметрам нагрузки.

#### 2. Краткие теоретические сведения

*Входное сопротивление* нагруженной линии передачи без потерь определяется отношением напряжения к току в заданном сечении  $x$

$$Z_{BX}(x) = \frac{U(x)}{I(x)} = Z_B \frac{Z_H + iZ_B \operatorname{tg} \beta x}{Z_B + iZ_H \operatorname{tg} \beta x}, \quad (1)$$

где  $Z_B$  - волновое сопротивление линии передачи,  $Z_H$  - сопротивление нагрузки (в общем случае - комплексное),  $\beta$  - коэффициент фазы линии передачи. Величина, обратная входному сопротивлению, называется *входной проводимостью*.

Если входное сопротивление в любой точке линии передачи без потерь равно волновому сопротивлению, то отраженная волна в линии отсутствует (см. МУ к ЛР №5). Такой режим работы линии передачи называется *согласованным* - мощность генератора полностью передается в нагрузку. Обеспечение согласованного режима работы называют *согласованием линии передачи*.

Один из вариантов согласования - согласование с помощью *шлейфов*. Так называют короткие (менее четверти длины волны) короткозамкнутый (*КЗ шлейф*) или разомкнутый (*ХХ шлейф*) отрезки линии передачи. Из (1) следует, что входные сопротивление и проводимость шлейфов реактивные, т.е. имеют мнимые значения

$$Z_{BXW}(l_W) = iX_W(l_W), \quad Y_{BXW}(l_W) = iB_W(l_W), \quad (2)$$

где  $l_W$  - длина шлейфа. Это позволяет скомпенсировать реактивную часть входного сопротивления несогласованной линии передачи, включив шлейф последовательно в том сечении  $x_0$ , где  $\operatorname{Im}(Z_{BX}(x_0)) = -X_W$  или параллельно в том сечении  $x_0$ , где  $\operatorname{Im}(Y_{BX}(x_0)) = -Y_W$ . После такого подключения входное сопротивление линии передачи становится активным, т.е. имеющим вещественное значение. Если же сечение подключения выбрать так, чтобы  $\operatorname{Re}(Z_{BX}(x_0)) = Z_B$ , то линия передачи станет согласованной.

Таким образом, согласование с помощью шлейфа включает два этапа:

1) определение координаты точки подключения шлейфа, в которой

а) вещественная часть входного сопротивления или входной проводимости (определяется способом подключения шлейфа) линии передачи равны соответственно ее волновому сопротивлению или волновой проводимости:

- б) мнимая часть входного сопротивления (проводимости) имеет знак, противоположный знаку входного сопротивления (проводимости) шлейфа (определяется типом шлейфа);
- 2) определение длины шлейфа из условия равенства входного сопротивления (проводимости) шлейфа реактивной части входного сопротивления (проводимости) линии передачи с противоположным знаком.

Для наглядного отображения входного сопротивления линии передачи и упрощения выполнения процедуры согласования на практике применяется *круговая диаграмма полных сопротивлений* - векторная диаграмма на плоскости комплексного коэффициента отражения, снабженная координатной сеткой  $r_{BX} = \text{const}$  и  $x_{BX} = \text{const}$ , где  $r_{BX}$  и  $x_{BX}$  - активная и реактивная части нормированного входного сопротивления

$$z_{BX} = r_{BX} + i x_{BX} = Z_{BX} / Z_B . \quad (3)$$

На диаграмме полных сопротивлений изменению координаты  $x$  вдоль линии передачи, не имеющей потерь, соответствует перемещение точки, отображающей нормированное входное сопротивление  $z_{BX}(x)$  по окружности, радиус которой равен модулю коэффициента отражения от нагрузки. Движению к нагрузке вдоль линии передачи соответствует перемещение на диаграмме против часовой стрелки, а движению от нагрузки - перемещение на диаграмме по часовой стрелке. Входному сопротивлению согласованной линии передачи соответствует центр диаграммы полных сопротивлений

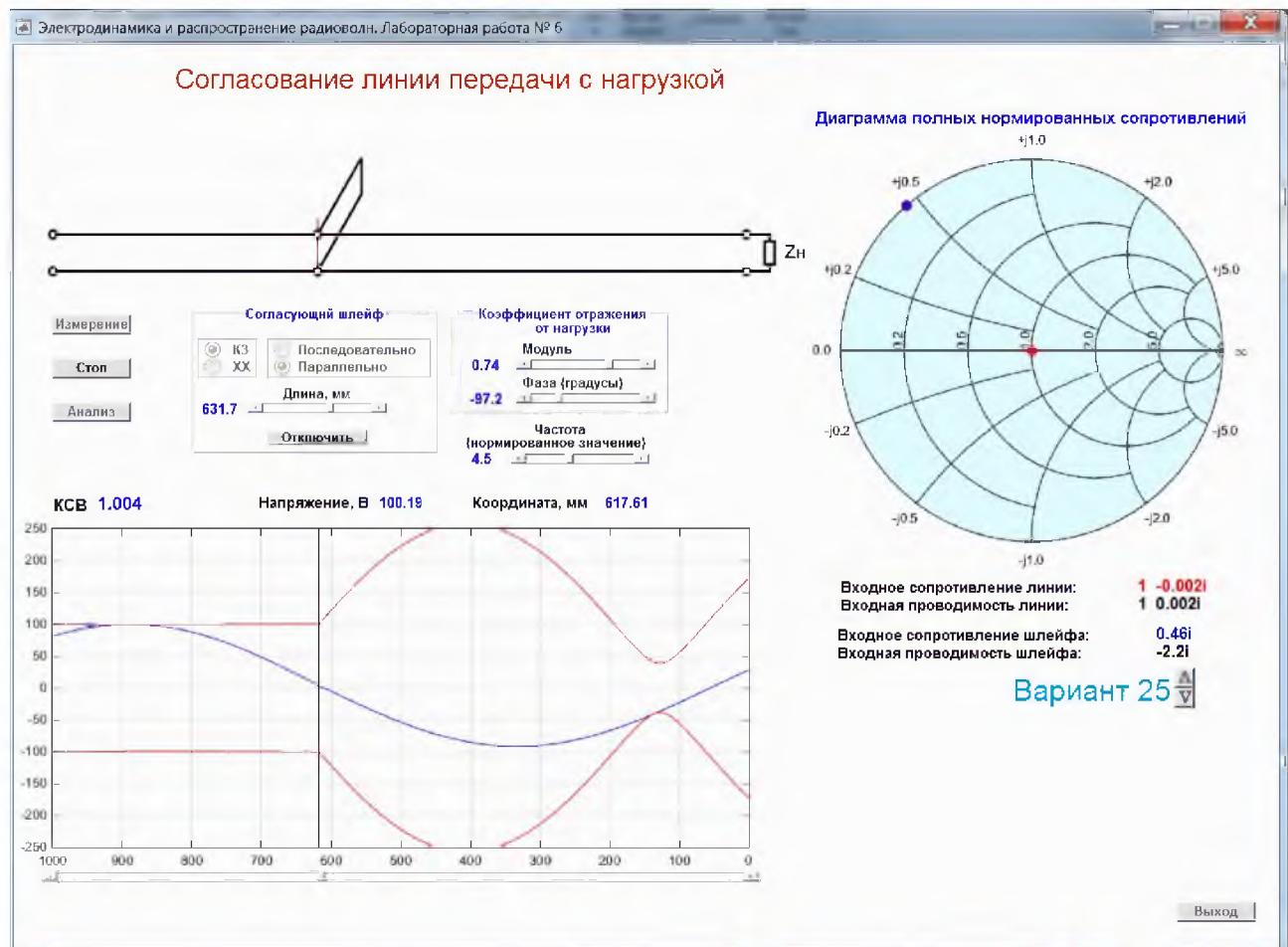


Рис. 1. Режим "Анализ".



Рис. 2. Режим "Измерение".

### 3. Порядок выполнения работы

- 3.1. Выбрать заданный преподавателем номер варианта.
- 3.2. В режиме "Анализ" (см. рис.1) исследовать возможности согласования нагруженной линии передачи с помощью шлейфов и оценить влияние на результат согласования:
  - а) изменения параметров нагрузки;
  - б) изменения частоты генератора.
- 3.3. В режиме "Измерение" (см. рис.2): для нагрузки с заданным коэффициентом отражения
  - а) определить длину волны в линии;
  - б) измерить величину КСВ;
  - в) с помощью диаграммы полных сопротивлений определить положение точки подключения и длину согласующего шлейфа заданного типа;
  - г) подключить шлейф к линии и измерить величину КСВ;
  - д) если значение КСВ превышает 1.01, повторить вычисления пункта в).
- 3.4. Оценить погрешности рассчитанных значений параметров.
- 3.5. Оформить отчет, включающий
  - титульный лист в принятом на кафедре формате;
  - цели работы;
  - графики распределений напряжения тока в линии;

- результаты измерений;
- необходимые вычисления и результаты расчетов с указанием значений погрешностей;
- выводы.

#### **4. Контрольные вопросы**

1. Дайте определения погонных параметров линии.
2. Запишите телеграфные уравнения для двухпроводной линии передачи и поясните их связь с уравнениями Максвелла.
3. Дайте определение волнового сопротивления линии передачи и поясните его связь с характеристическим сопротивлением волны.
4. Что такое эквивалентная длинная линия? Как учитывается в схеме эквивалентной линии наличие потерь в реальной линии передачи?
5. Поясните физический смысл эквивалентного напряжения и тока в линии передачи.
6. Поясните физический смысл волнового сопротивления линии передачи. В чем его отличие от характеристического?
7. Дайте определения коэффициентов отражения по напряжению и току. Поясните связь между этими величинами.
8. Как зависит коэффициент отражения от длины линии передачи? Поясните физический смысл коэффициента отражения нагрузки.
9. Дайте определение входного сопротивления линии передачи. Как оно связано с сопротивлением нагрузки?
10. Покажите на векторной диаграмме, как изменяются ток и напряжение в линии передачи при перемещении вдоль нее.
11. Поясните связь между комплексными плоскостями коэффициента отражения и полного сопротивления.
12. Найдите с помощью круговой диаграммы сопротивление нагрузки по заданному входному сопротивлению, длине и постоянной фазы отрезка линии передачи.
13. Перечислите основные режимы работы линии передачи. Чем отличаются входные сопротивления короткозамкнутой и разомкнутой линии передачи?
14. Поясните принцип действия четвертьволнового трансформатора.
15. Поясните принцип действия полуволнового трансформатора.
16. Поясните принцип действия шлейфных трансформаторов полных сопротивлений.
17. Как определяется положение точки параллельного подключения согласующего КЗ шлейфа?
18. Как определяется положение точки последовательного подключения согласующего КЗ шлейфа?
19. Как определяется положение точки параллельного подключения согласующего ХХ шлейфа?
20. Как определяется положение точки последовательного подключения согласующего ХХ шлейфа?

#### **2. Библиографический список**

1. Электродинамика и распространение радиоволн: учебное пособие / Д.Ю. Муромцев, Ю.Т. Зырянов, П.А. Федюнин и др. - Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2012. - 200 с. ISBN/ISSN:978-5-8256-1146-6. Ссылка Интернет <http://window.edu.ru/resource/211/80211>.
2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн : учебник для вузов / Б.М.Петров . — 2-е изд. испр. — М. : Горячая линия-Телеком, 2007 . — 558с.
3. Основы радиоэлектроники: Электродинамика и распространение радиоволн : Учеб. пособие для вузов / А.М. Кугушев, Н.С. Голубева, В.Н. Митрохин . — М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 . — 368с.

## Лабораторная работа № 7

### "Волны в плоском металлическом волноводе"

#### 1. Цели и задачи лабораторной работы

Исследование влияния параметров плоского металлического волновода на распределение поля электромагнитной волны, распространяющейся в волноводе, и расчёт значений критической частоты волны и относительной диэлектрической проницаемости материала, заполняющего волновод.

#### 2. Краткие теоретические сведения

Волну в плоском металлическом волноводе без потерь можно представить суперпозицией двух плоских волн, являющейся результатом многократного отражения одной плоской волны при переменном ее падении на полностью отражающие плоскости - границы волновода.

Если плоская волна имеет перпендикулярную поляризацию, то в волноводе образуется Н-волну, у которой только напряженность магнитного поля имеет проекцию вдоль волновода. Если плоская волна имеет параллельную поляризацию, то в волноводе образуется Е-волну, у которой только напряженность электрического поля имеет проекцию вдоль волновода.

Будем считать, что ось  $X$  прямоугольной системы координат направлена вдоль волновода, а ось  $Y$  направлена перпендикулярно волноводу, причем стенки волновода имеют координаты  $y_1$  и  $y_2 = y_1 + a$ , где  $a$  - поперечный размер волновода. Тогда для продольной проекции вектора напряженности поля внутри волновода ( $y_1 \leq y \leq y_2$ ) можно получить следующие выражения

1) Н-волну

$$H_x(x, y, t) = H_{x0} \cos\left(\frac{m\pi}{a}(y - y_1)\right) \cos(\omega t - k_x x); \quad (1)$$

2) Е-волну

$$E_x(x, y, t) = E_{x0} \sin\left(\frac{m\pi}{a}(y - y_1)\right) \cos(\omega t - k_x x). \quad (2)$$

Здесь  $H_{x0}$  и  $E_{x0}$  - амплитуды волн,  $\omega$  - угловая частота,  $m$  - целое число.

Анализ соотношений (1) и (2) показывает, что поле вдоль волновода есть бегущая волна, а в поперечном волноводе направлении - стоячая волна. Число экстремумов (полуволн) стоячей волны определяется параметром  $m$ , при этом для Н-волны этот параметр может быть равен нулю. Параметр  $m$  используется в качестве индекса при обозначении волны. Например,  $E_3$  - волна Е-типа, имеющая в поперечном направлении три полуволны ( $m = 3$ ). Фазовая скорость волны (и длина волны) в волноводе определяется угловой частотой  $\omega$  и продольной проекцией  $k_x$  волнового вектора плоской волны

$$\mathbf{k} = \mathbf{x}_0 k_x + \mathbf{y}_0 k_y, \quad (3)$$

где  $k_y = m\pi/a$  - поперечная проекция. Модуль волнового вектора (волновое число) зависит от параметров заполнения волновода и для немагнитной среды имеет вид

$$|\mathbf{k}| = k = \sqrt{\frac{\omega}{c}} \epsilon, \quad (4)$$

где  $\epsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость,  $c$  - скорость света. С учетом (4) можем получить выражение для продольной составляющей волнового вектора

$$k_x = \sqrt{k^2 - k_y^2} = \sqrt{\epsilon \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 - k_y^2}. \quad (5)$$

Если подкоренное выражение в (5) положительно, то поле в продольном направлении волновода имеет вид бегущей волны ( $k_x$  - вещественная величина). При  $k_x = 0$  волновой процесс вдоль рассматриваемого волновода отсутствует, а соответствующее значение частоты называется *критическим*. Если частота меньше критической,  $k_x$  принимает мнимое значение и поле вдоль волновода экспоненциально затухает, сохраняя вид стоячей волны в поперечном направлении.

Определение значений  $k_x$  и  $k_y$ , а также угловой частоты  $\omega$  позволяет из (5) получить выражение для вычисления значения относительной диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  материала, заполняющего волновод.

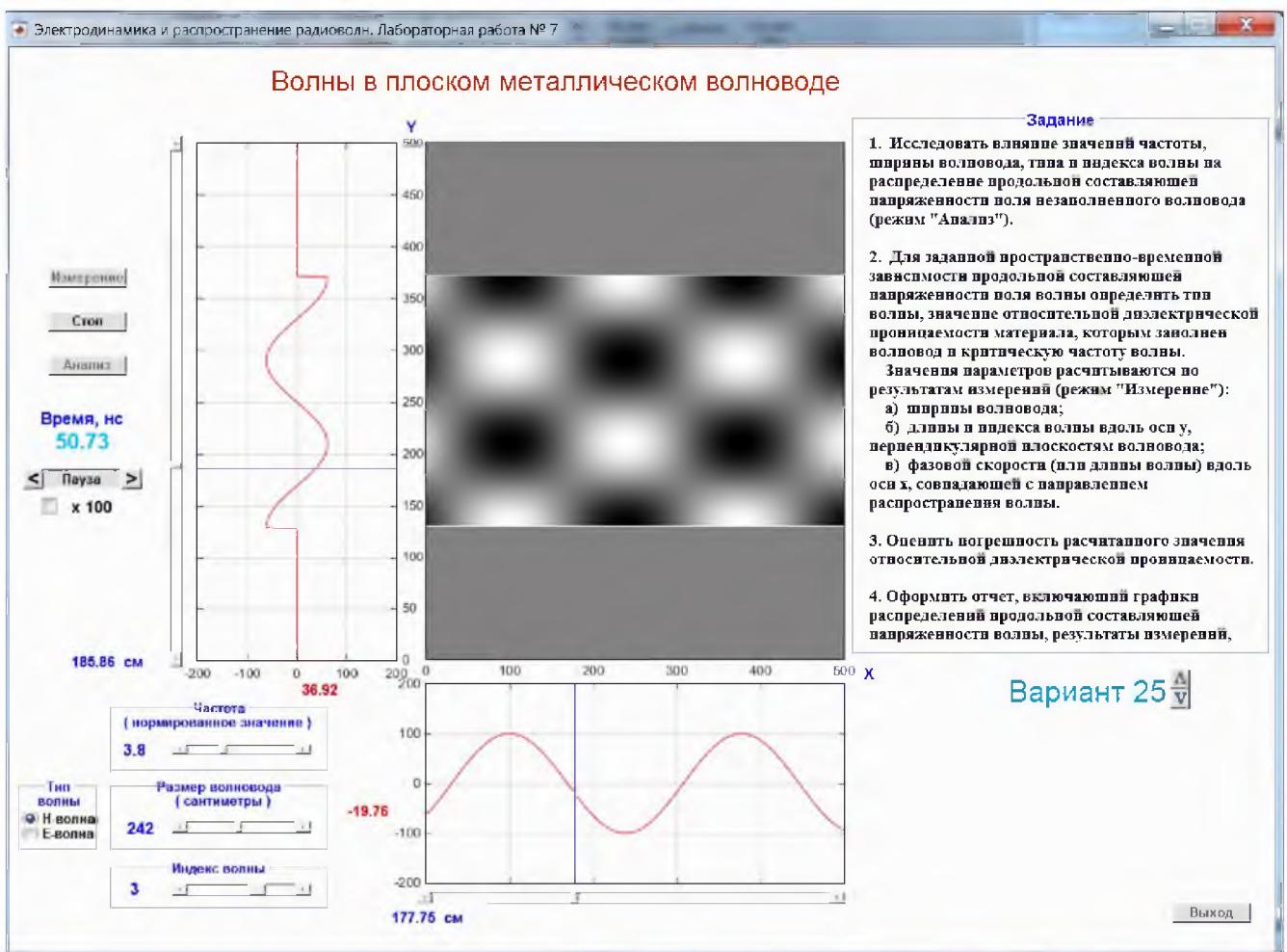


Рис. 1. Режим "Анализ".

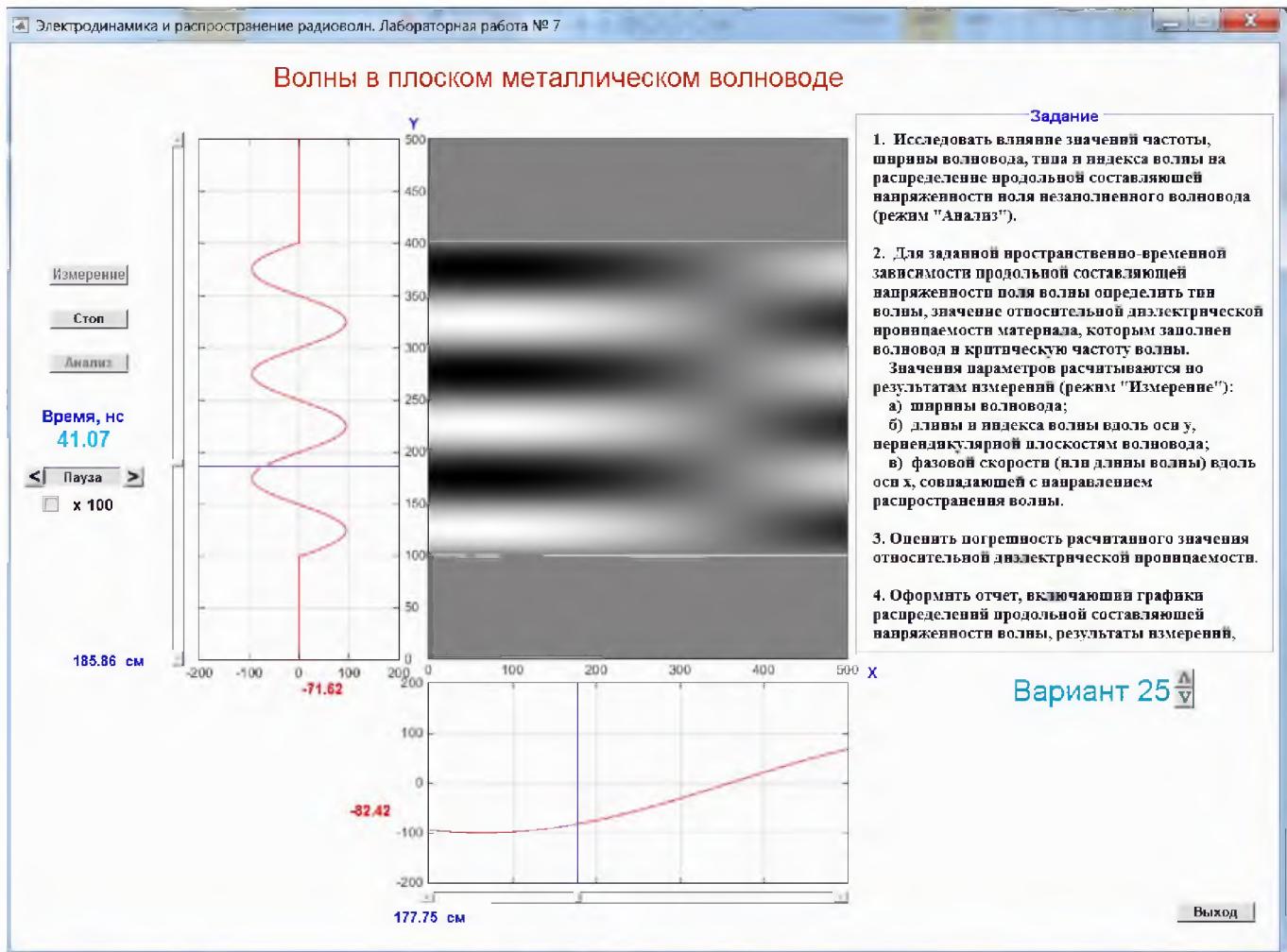


Рис. 2. Режим "Измерение".

### 3. Порядок выполнения работы

- 3.1. Выбрать заданный преподавателем номер варианта.
- 3.2. Исследовать влияние значений частоты, ширины волновода, типа и индекса волны на распределение продольной составляющей напряженности поля незаполненного волновода (режим "Анализ", см. рис.1).
- 3.3. Для заданной пространственно-временной зависимости продольной составляющей напряженности поля волны определить тип волны, значение относительной диэлектрической проницаемости материала, которым заполнен волновод и критическую частоту волны.  
Значение параметра рассчитываются по результатам измерений (режим "Измерение", см. рис.2):
  - а) ширины волновода;
  - б) длины и индекса волны вдоль оси  $y$ , перпендикулярной плоскостям волновода;
  - в) фазовой скорости (или длины волны) вдоль оси  $x$ , совпадающей с направлением распространения волны.
- 3.4. Оценить погрешности рассчитанного значения параметра.
- 3.5. Оформить отчет, включающий
  - титульный лист в принятом на кафедре формате;
  - цели работы;

- графики распределений напряженности продольной составляющей напряженности поля волны;
- результаты измерений;
- необходимые вычисления и результаты расчетов с указанием значений погрешностей;
- выводы.

#### **4. Контрольные вопросы**

1. Как формулируется внутренняя задача электродинамики?
2. Сформулируйте постановку задачи о распространении электромагнитных волн в волноводе.
3. Какие граничные условия используются при решении волнового уравнения в плоском металлическом волноводе?
4. Как ориентированы силовые линии электрического поля вблизи идеального проводника?
5. Чем объясняется зависимость угла отражения плоской однородной волны, распространяющейся между двумя параллельными идеально проводящими плоскостями, от частоты?
6. Охарактеризуйте зависимость амплитуды результирующей волны, распространяющейся между двумя параллельными идеально проводящими плоскостями, от продольной и поперечной координат.
7. В чем преимущества и недостатки концепции парциальных волн?
8. Почему и в каких случаях электромагнитное поле в линии передачи можно представить как суперпозицию полей  $E$ - и  $H$ -типов?
9. Что такое дисперсия в линии передачи? Сформулируйте условие отсутствия дисперсии.
10. Какому соотношению должно удовлетворять значение частоты для существования волны типа  $TE$  между двумя параллельными идеально проводящими плоскостями?
11. Какому соотношению должно удовлетворять значение частоты для существования волны типа  $TM$  между двумя параллельными идеально проводящими плоскостями?
12. Дайте определение критической частоты для волны заданного типа плоского волновода.
13. Перечислите виды волн распространяющиеся между двумя параллельными идеально проводящими плоскостями и при каких условиях, если расстояние между плоскостями равно  $d$ .
14. Представьте выражение, определяющее критическую длину волны  $E_n$ - и  $H_n$ -полей волн, распространяющихся между двумя параллельными идеально проводящими плоскостями, если расстояние между плоскостями равно  $d$ , а диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon$ .
15. Представьте выражения, определяющие постоянную распространения и фазовую скорость, волны, распространяющейся между двумя параллельными идеально проводящими плоскостями, если расстояние между плоскостями равно  $d$ , а диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon$ .
16. Представьте выражения, определяющие длину волны волновые сопротивления  $H_n$ - и  $E_n$ -волн, распространяющихся между двумя параллельными идеально проводящими плоскостями, если расстояние между плоскостями равно  $d$ , а диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon$ .
17. В каких пределах могут изменяться фазовая и групповая скорости электромагнитных волн в плоском волноводе?
18. Какой тип колебаний принято называть основным?
19. Исходя из каких условий, производится выбор расстояния между плоскостями плоского волновода?
20. Как связаны между собой продольное волновое число, волновое число среды и поперечное волновое число?

## **2. Библиографический список**

1. Электродинамика и распространение радиоволн: учебное пособие / Д.Ю. Муромцев, Ю.Т. Зырянов, П.А. Федюнин и др. - Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2012. - 200 с. ISBN/ISSN:978-5-8256-1146-6. Ссылка Интернет <http://window.edu.ru/resource/211/80211>.
2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн : учебник для вузов / Б.М.Петров .— 2-е изд. испр. — М. : Горячая линия-Телеком, 2007 .— 558с.
3. Основы радиоэлектроники: Электродинамика и распространение радиоволн : Учеб. пособие для вузов / А.М. Кугушев, Н.С. Голубева, В.Н. Митрохин .— М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 .— 368с.

# Лабораторная работа № 8

## "Волны в плоском диэлектрическом волноводе"

### 1. Цели и задачи лабораторной работы

Исследование влияния параметров плоского диэлектрического волновода без потерь на распределение поля электромагнитной волны, распространяющейся в волноводе, и расчёт значений критической частоты волны и относительной диэлектрической проницаемости материала, заполняющего волновод.

### 2. Краткие теоретические сведения

Электромагнитное поле волн, распространяющихся в плоском диэлектрическом волноводе, существует как внутри, так и вне пластины.

Вне пластины толщиной  $2a$  амплитуда поля волны экспоненциально убывает при удалении от границы. Так, для продольных компонентов полей при  $y > a$  можно записать:

$$E_x, H_x \sim \exp(-py) \cdot \exp(-i\gamma x),$$

где  $p$  и  $\gamma$  связаны соотношением  $(\omega/c)^2 = \gamma^2 - p^2$ . Здесь  $\omega$  - угловая частота,  $c$  - скорость света в вакууме.

Внутри пластины поперечная зависимость поля описывается тригонометрическими функциями:

- четные E-волны  $E_x \sim \sin(gy) \cdot \exp(-i\gamma x)$  ;
- нечетные E-волны  $E_x \sim \cos(gy) \cdot \exp(-i\gamma x)$  ;
- четные H-волны  $H_x \sim \sin(gy) \cdot \exp(-i\gamma x)$  ;
- нечетные H-волны  $H_x \sim \cos(gy) \cdot \exp(-i\gamma x)$  .

Поперечное волновое число  $g$  внутри пластины связано с продольным волновым числом  $\gamma$  соотношением  $(\omega/c)^2 \varepsilon = \gamma^2 + g^2$ , где  $\varepsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость материала пластины.

Внутреннее и внешнее поперечные волновые числа связаны дисперсионным уравнением:

- четные E-волны ( $E_1, E_3, E_5, \dots$ )  $pa = \frac{1}{\varepsilon} ga \operatorname{tg}(ga)$  ;
- нечетные E-волны ( $E_2, E_4, E_6, \dots$ )  $pa = -\frac{1}{\varepsilon} ga \operatorname{ctg}(ga)$  ;
- четные H-волны ( $H_1, H_3, H_5, \dots$ )  $pa = ga \operatorname{tg}(ga)$  ;
- нечетные H-волны ( $H_2, H_4, H_6, \dots$ )  $pa = -ga \operatorname{ctg}(ga)$  ,

а также соотношением  $(\omega/c)^2 (\varepsilon - 1) = p^2 + g^2$ .

Приведенные выше уравнения позволяют по анализу распределения продольной составляющей напряженности поля волны определить тип волны, а также критическую частоту - частоту, при превышении которой волна этого типа существует в плоском диэлектрическом волноводе с заданными параметрами.

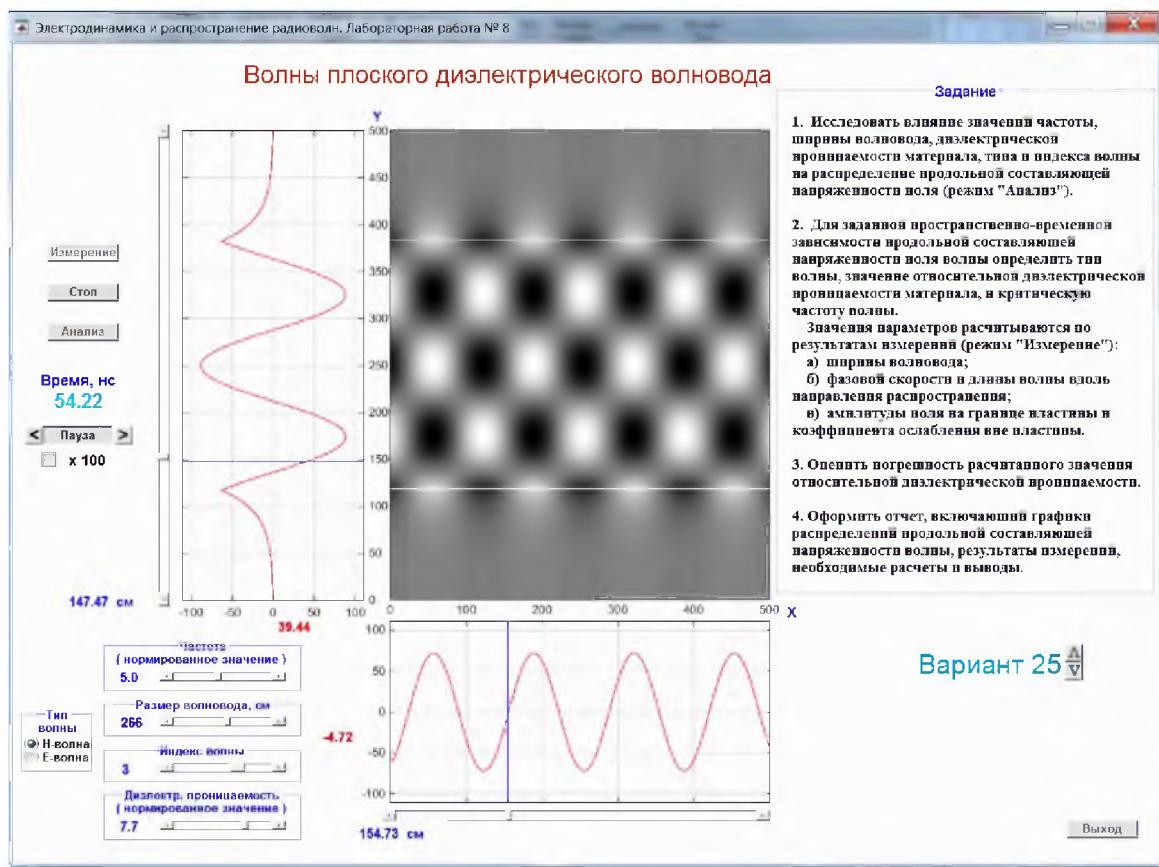


Рис. 1. Режим "Анализ".

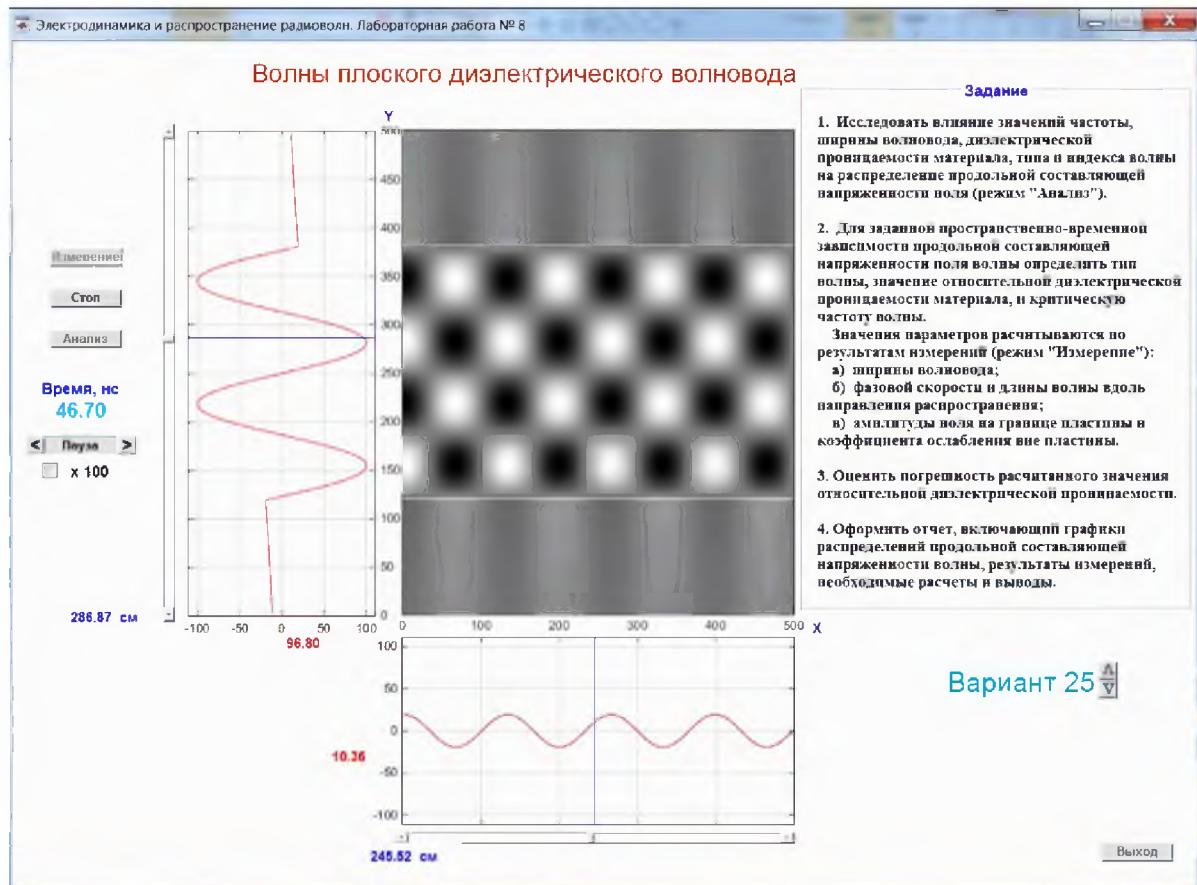


Рис. 2. Режим "Измерение".

### **3. Порядок выполнения работы**

- 3.1. Выбрать заданный преподавателем номер варианта.
- 3.2. Исследовать влияние значений частоты, ширины волновода, диэлектрической проницаемости материала, типа и индекса волны на распределение продольной составляющей напряженности поля (режим "Анализ", см. рис.1).
- 3.3. Для заданной пространственно-временной зависимости продольной составляющей напряженности поля волны определить тип волны, значение относительной диэлектрической проницаемости материала, и критическую частоту волны.  
Значения параметров рассчитываются по результатам измерений (режим "Измерение", см. рис.2):
  - а) ширины волновода;
  - б) фазовой скорости и длины волны вдоль направления распространения;
  - в) амплитуды поля на границе пластины и коэффициента ослабления вне пластины.
- 3.4. Оценить погрешности рассчитанных значений параметров.
- 3.5. Оформить отчет, включающий
  - титульный лист в принятом на кафедре формате;
  - цели работы;
  - графики распределений напряженности продольной составляющей напряженности поля волны;
  - результаты измерений;
  - необходимые вычисления и результаты расчетов с указанием значений погрешностей;
  - выводы.

### **4. Контрольные вопросы**

1. Сформулируйте постановку задачи о распространении электромагнитных волн в плоском диэлектрическом волноводе.
2. Какие граничные условия используются при решении волнового уравнения в плоском диэлектрическом волноводе?
3. Поясните процесс распространения волн в плоском диэлектрическом волноводе с помощью концепции парциальных волн.
4. В чем заключается отличие электрических, магнитных и поперечных электромагнитных волн в линиях передачи?
5. Как связана фазовая скорость волны со скоростями света в плоском диэлектрическом волноводе и среде, его окружающей?
6. Чем обусловлены волноводные свойства слоя диэлектрика?
7. Какими факторами определяются фазовая и групповая скорости распространения волн в плоском диэлектрическом волноводе?
8. Какие типы волн могут распространяться в плоском диэлектрическом волноводе? Как определить их критические частоты?
9. Как можно повысить критическую частоту волны плоского диэлектрического волновода?
10. Чем определяется скорость затухания поля в среде, окружающей плоский диэлектрический волновод?
11. Какими составляющими электромагнитного поля определяется передаваемая мощность?
12. Как влияет на скорость переноса энергии существование продольных составляющих электромагнитного поля?
13. При каких условиях возможно независимое распространение Е- и Н-волн в плоском диэлектрическом волноводе?
14. Чем определяется скорость убывания амплитуды волны при удалении от поверхности слоя?

15. Как определяется четность/нечетность собственных Е- и Н-волн плоского диэлектрического волновода?
16. Как определяется значение угла падения парциальной волны диэлектрического слоя?
17. Что общего между собственными волнами плоского диэлектрического волновода в свободном пространстве и собственными волнами плоского диэлектрического волновода на идеально проводящей плоскости?
18. Как поперечное волновое число внутри слоя связано с поперечным волновым числом вне слоя для заданной собственной волны?
19. Найдите полезные с практической точки зрения применения наличию поля вне диэлектрического слоя.
20. К каким негативным последствиям с практической точки зрения приводит наличие поля вне диэлектрического слоя.

## **2. Библиографический список**

1. Электродинамика и распространение радиоволн: учебное пособие / Д.Ю. Муромцев, Ю.Т. Зырянов, П.А. Федюнин и др. - Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2012. - 200 с. ISBN/ISSN:978-5-8256-1146-6. Ссылка Интернет <http://window.edu.ru/resource/211/80211>.
2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн : учебник для вузов / Б.М.Петров .— 2-е изд. испр. — М. : Горячая линия-Телеком, 2007 .— 558с.
3. Основы радиоэлектроники: Электродинамика и распространение радиоволн : Учеб. пособие для вузов / А.М. Кугушев, Н.С. Голубева, В.Н. Митрохин .— М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 .— 368с.

# Лабораторная работа № 9

## "Поле прямоугольного металлического резонатора"

### 1. Цели и задачи лабораторной работы

Исследование пространственного распределения компонент поля различных типов колебаний резонатора прямоугольного металлического резонатора. Определение типа заданного колебания и оценка его резонансной частоты.

### 2. Краткие теоретические сведения

Отрезок полого металлического волновода прямоугольного поперечного сечения образует объемный резонатор в виде прямоугольного параллелепипеда со сторонами  $a$ ,  $b$  и  $l$  по осям  $x$ ,  $y$  и  $z$ . При этом, как и в прямоугольном волноводе поперечное волновое число

$$k_{\perp} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}. \quad (1)$$

В результате сложения падающей и отраженной волн равных амплитуд в волноводе образуется стоячая волна, характеризуемая неподвижными пучностями и узлами поля. Электромагнитное поле волны в резонаторе является суммой различных компонент, которые отражаются таким образом, чтобы удовлетворялись граничные условия для каждой компоненты. Согласно граничным условиям на поверхности идеального проводника тангенциальная составляющая электрического и нормальная составляющая магнитного полей на этой поверхности должны быть равны нулю. Это означает, что при отражении эти составляющие меняют знак на противоположный. Отражаясь в противофазе, они на перегородке образуют нули поперечного электрического и продольного магнитного полей. Нормальная (продольная) составляющая электрического и тангенциальная (поперечная) составляющая магнитного полей согласно тем же граничным условиям знака не меняют. Они отражаются в фазе и на перегородке образуют пучности продольного электрического и поперечного магнитного полей.

В результате стоячая волна имеет следующие поперечные компоненты:

$$\dot{\mathbf{E}}_{mt} = \dot{\mathbf{E}}_{mt}^+ + \dot{\mathbf{E}}_{mt}^- = \mathbf{E}_{m0} \left( e^{ik_z z} + e^{-ik_z z} \right) e^{i\omega t} = i2\mathbf{E}_{m0} \sin(k_z z) e^{i\omega t}; \quad (2a)$$

$$\dot{\mathbf{H}}_{mt} = \dot{\mathbf{H}}_{mt}^+ + \dot{\mathbf{H}}_{mt}^- = \dot{\mathbf{H}}_{m0} \left( e^{ik_z z} + e^{-ik_z z} \right) e^{i\omega t} = 2\dot{\mathbf{H}}_{m0} \cos(k_z z) e^{i\omega t}. \quad (2b)$$

Распределение поля в пространстве таково, что узлы электрического поля совпадают с пучностями магнитного и наоборот. Электрическое поле опережает магнитное на  $\pi/2$ .

Ограничить стоячую волну второй проводящей пластиной при  $z = 1$  можно только в том случае, если тангенциальные составляющие электрического поля в (2a) будут равны нулю. Это возможно, если  $\sin(k_z z) = 0$ , или

$$k_z = p\pi/l; \quad p = 0, 1, 2, \dots. \quad (3)$$

Условие ограничения стоячей волны (3) выполняется при  $l = p(\lambda_b/2)$ , т.е. при длине отрезка волновода, кратном полуволне.

Как и в волноводе  $k^2 = k_z^2 + k_{\perp}^2$ . Тогда

$$\omega_0^2 \epsilon_a \mu_a = (p\pi/l)^2 + k_{\perp}^2. \quad (4)$$

Выражение (4) позволяет определить резонансную частоту для конкретного типа колебания прямоугольного резонатора.

Рекомендации для получения соотношений для составляющих электромагнитного поля прямоугольного резонатора:

1) в зависимости от типа колебаний выбрать формулы, описывающие составляющие полей  $E$  и  $H$  такого же типа в прямоугольном волноводе того же поперечного сечения.

2) записать компоненты отраженных волн с учетом граничных условий на торцевых стенках резонатора и учесть в фазовом множителе противоположность направления распространения отраженной волны;

3) для получения результирующего колебания (стоячей волны) произвести суммирование идентичных составляющих падающей и отраженной волн (2).

Строгий расчет добротности объемного резонатора достаточно сложен из-за большого количества факторов, которые необходимо учесть. Как правило, его выполняют только для мощности потерь, связанной с конечной проводимостью материала стенок резонатора. Для приближенного расчета добротности объемного резонатора на  $j$ -м типе колебаний используют формулу

$$Q_j \approx V_0 / \delta_j S, \quad (5)$$

где  $\delta_j = \sqrt{2/\omega_j \mu_a \sigma}$  - глубина проникновения,  $V_0$  и  $S$  - объем и внутренняя площадь поверхности стенок резонатора соответственно.

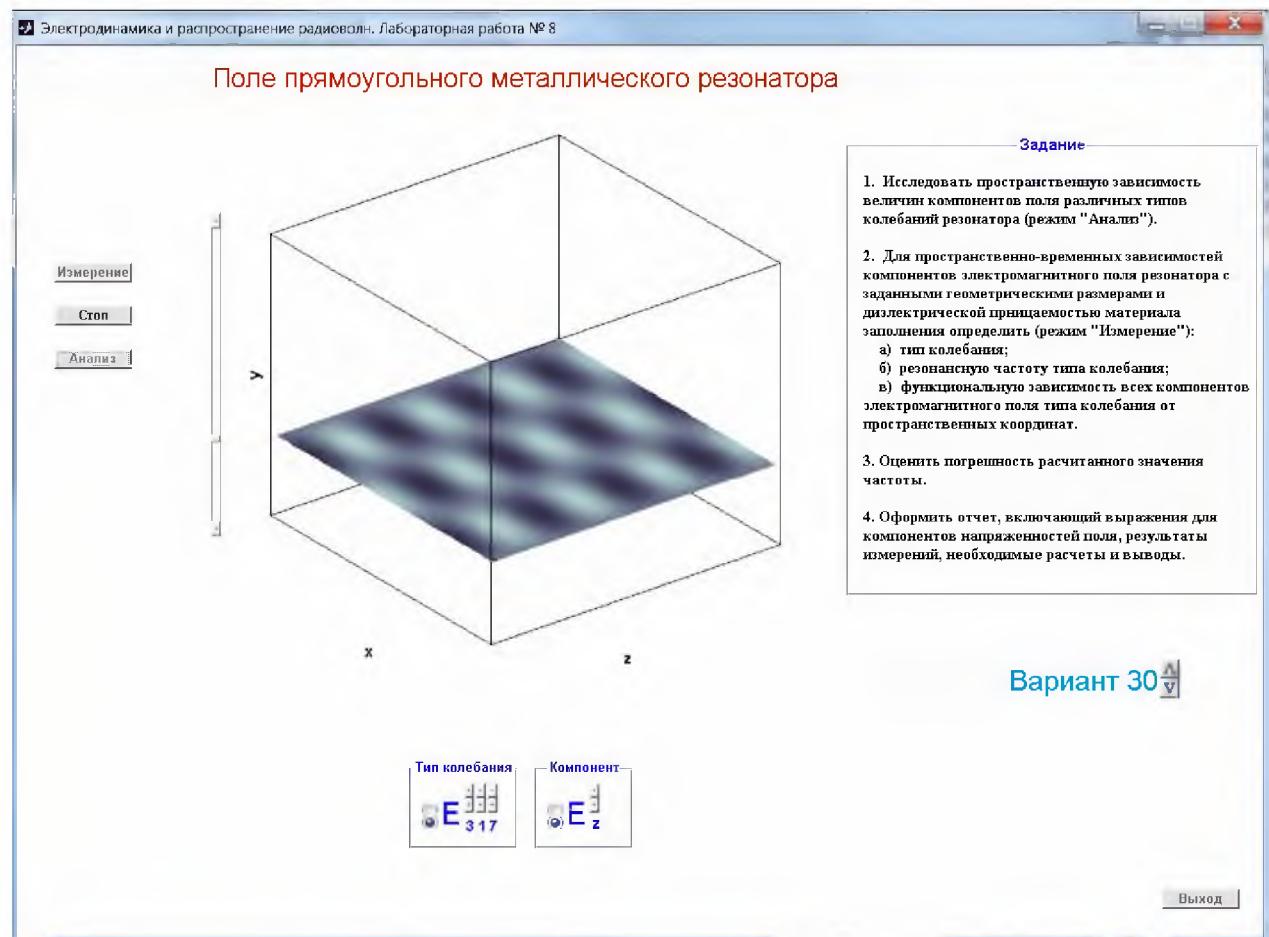


Рис. 1. Режим "Анализ".



Рис. 2. Режим "Измерение".

### 3. Порядок выполнения работы

- Выбрать заданный преподавателем номер варианта.
- Исследовать пространственную зависимость величин компонентов поля различных типов колебаний резонатора (режим "Анализ", см. рис.1).
- Для пространственно-временных зависимостей компонентов электромагнитного поля резонатора с заданными геометрическими размерами и диэлектрической проницаемостью материала заполнения определить:
  - тип колебания;
  - резонансную частоту типа колебания;
  - функциональную зависимость всех компонентов электромагнитного поля типа колебания от пространственных координат.
 Значения параметров рассчитываются по результатам измерений (режим "Измерение", см. рис.2).
- Оценить погрешности рассчитанных значений параметров.
- Оформить отчет, включающий
  - титульный лист в принятом на кафедре формате;
  - цели работы;
  - функциональные зависимости компонентов векторов исследованного типа колебания от значений координат;
  - результаты измерений;

- необходимые вычисления и результаты расчетов с указанием значений погрешностей;
- выводы.

#### **4. Контрольные вопросы**

1. Дайте определение понятия объемного резонатора.
2. Опишите общие свойства резонаторов.
3. Дайте определение основных параметров объемного резонатора.
4. Сформулируйте математическую задачу расчета электромагнитного поля в объемном резонаторе.
5. Опишите метод решения уравнения Гельмгольца для прямоугольного металлического резонатора. Приведите общее решение этого уравнения.
6. Сформулируйте граничные условия на стенках прямоугольного резонатора.
7. Дайте определение вида собственных колебаний.
8. Дайте определение и перечислите основные свойства спектра свободных колебаний объемного резонатора.
9. Поясните принцип действия закрытого объемного резонатора, пользуясь методом парциальных волн.
10. Что можно сказать о структуре поля колебания  $H_{mnp}$  объемного прямоугольного резонатора, исходя из его обозначения?
11. Что можно сказать о структуре поля колебания  $E_{mnp}$  объемного прямоугольного резонатора, исходя из его обозначения?
12. Дайте определение понятия добротности резонатора?
13. Как вычисляется значение добротности резонатора?
14. Перечислите виды потерь, определяющих добротность объемного резонатора.
15. Поясните связь собственных колебаний объемного резонатора с собственными волнами линии передачи. Что такое основной тип колебаний?
16. Приведите пример собственного колебания прямоугольного объемного резонатора с независящим от длины резонатора значением собственной частоты.
17. Как изменится собственная частота заданного колебания объемного резонатора при заполнении его однородным диэлектриком с известным значением диэлектрической проницаемости?
18. Как изменяется собственная частота заданного колебания объемного резонатора при изменении размера одной из его сторон?
19. Поясните различие в величине добротности кубического и сферического резонаторов равного объема.
20. Поясните различие в величине добротности кубических резонаторов, работающих на одинаковом типе колебаний, но имеющих разные собственные частоты.

#### **2. Библиографический список**

1. Электродинамика и распространение радиоволн: учебное пособие / Д.Ю. Муромцев, Ю.Т. Зырянов, П.А. Федюнин и др. - Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2012. - 200 с. ISBN/ISSN:978-5-8256-1146-6. Ссылка Интернет <http://window.edu.ru/resource/211/80211>.
2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн : учебник для вузов / Б.М.Петров .— 2-е изд. испр. — М. : Горячая линия-Телеком, 2007 .— 558с.
3. Основы радиоэлектроники: Электродинамика и распространение радиоволн : Учеб. пособие для вузов / А.М. Кугушев, Н.С. Голубева, В.Н. Митрохин .— М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 .— 368с.

## Лабораторная работа № 10

### "Исследование открытого резонатора со сферическими зеркалами"

#### 1. Цели и задачи лабораторной работы

Исследование влияния значений длины волны и радиусов кривизны зеркал на распределение поля внутри резонатора. Оценка значений радиусов кривизны зеркал, добротности резонатора и коэффициента средних распределенных потерь по результатам измерений параметров электромагнитного поля открытого резонатора.

#### 2. Краткие теоретические сведения

Открытый резонатор (ОР) - колебательная система, образованная совокупностью зеркал, в которой могут возбуждаться и поддерживаться слабо затухающие электромагнитные колебания оптического и СВЧ диапазонов с излучением в свободное пространство. Зеркала ОР могут быть плоскими, сферическими или иной формы. Особенностью ОР является отсутствие боковой отражающей поверхности.

ОР, образованный двумя плоскими зеркалами, называется плоскопараллельным, или резонатором Фабри-Перо. ОР, образованный двумя сферическими зеркалами, фокусы которых совпадают, называется конфокальным резонатором. ОР, образованный сферическим и плоским зеркалами, называется полуконфокальным, или полусферическим резонатором.

Типы колебаний ОР называются модами и обозначаются  $T_{mnq}$ . Векторы электрического и магнитного полей в большинстве случаев перпендикулярны продольной оси резонатора. Индексы  $m$  и  $n$  обозначают количество вариаций поля по поперечным координатам;  $q$  равно числу полуволн, укладываемых вдоль оси ОР между зеркалами.

Моды с различными  $m$  и  $n$  и одинаковым  $q$  называют поперечными. Они отличаются друг от друга видом распределения амплитуды и фазы поля на поверхности зеркал, а также дифракционными потерями. Моды, имеющие одни и те же значения  $m$  и  $n$ , но разное  $q$ , называют продольными типами. Они отличаются друг от друга резонансной частотой. Колебаниям с индексами  $m$ ,  $n$  и  $q$  соответствуют собственные частоты, определяемые условием

$$f_{mnq} = \frac{c[2q + (m + 2n + 1)]}{4L}, \quad (1)$$

где  $c$  - скорость света в среде между зеркалами;  $L$  - длина резонатора. Разность резонансных частот колебаний, у которых  $q$  различается на единицу, равна  $c/2L$ .

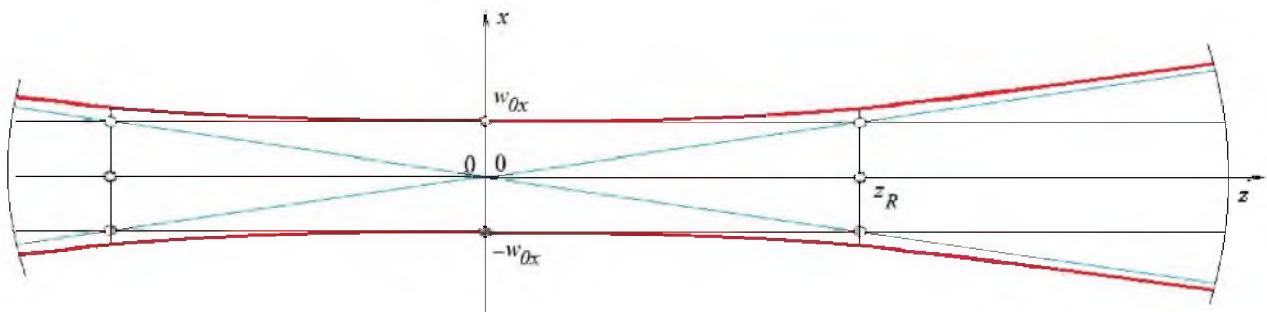


Рис. 1. Область существования поля в открытом сферическом резонаторе. Отсчет координаты  $z$  ведется от самого узкого места области (перетяжки).

Большая часть энергии электромагнитного поля ОР сосредоточена внутри области, ограниченной поверхностью, которая называют каустикой (рис.1). Поперечные размеры этой области не постоянны по длине ОР и уменьшаются с удалением от зеркал.

Распределение амплитуды напряженности электрического поля моды ОР обычно представляют в форме гауссова пучка. Для основной ( $m = n = 0$ ) моды

$$E(x, y, z) = E_0 \frac{z_R}{\sqrt{z^2 + z_R^2}} \exp\left(-\frac{k(x^2 + y^2)z_R}{2(z^2 + z_R^2)}\right) \exp\left[-i\left(\frac{k(x^2 + y^2)}{2R(z)} - ikz + i\eta(z)\right)\right], \quad (1)$$

где  $E_0$  - значение амплитуды на оси ОР в центре перетяжки (самого узкого поперечного сечения моды),  $k = 2\pi\sqrt{\epsilon\mu}/\lambda$  - волновое число,  $z_R$  - расстояния Рэлея (расстояние вдоль оси ОР от перетяжки до точки, в которой эффективный поперечный размер моды увеличивается в  $\sqrt{2}$  раз),  $R(z) = (z^2 + z_R^2)$  - радиус кривизны волнового фронта,  $\eta(z) = \arctg(z/z_R)$  - фазовый коэффициент. Координата  $z$  в (1) отсчитывается от центра перетяжки. Под эффективным сечением моды понимается такое расстояние от оси ОР, на котором амплитуда поля убывает в  $e$  раз. Для соответствия граничным условиям на поверхности зеркал ОР, их радиус должен равняться радиусу кривизны волнового фронта моды при значении  $z$ , равном расстоянию от центра перетяжки до зеркала.



Рис. 2. Режим "Анализ".

Добротность ОР, как колебательной системы определяется общим выражением

$$Q = \frac{2\pi f_{mnp} \mathcal{E}}{P_n} = -\frac{2\pi f_{mnp} \mathcal{E}}{d\mathcal{E}/dt}, \quad (2)$$

где  $\mathcal{E}$  - энергия, запасенная в электромагнитном поле, соответствующем моде  $T_{mnp}$ ,  $P_{\pi}$  - средняя мощность потерь. Если известна постоянная времени затухания  $t_{\mathcal{E}}$  - величина временного интервала, в течение которого энергия, запасенная в моде  $T_{mnp}$ , уменьшается в  $e$  раз, то добротность ОР можно представить в виде

$$Q = 2\pi f_{mnp} t_{\mathcal{E}} = \frac{2\pi f_{mnp} \sqrt{\epsilon\mu}}{c(\alpha - \ln \sqrt{R_1 R_2}/L)}, \quad (3)$$

где  $\alpha$  - коэффициент средних распределенных потерь в ОР,  $R_1$  и  $R_2$  - коэффициенты отражения зеркал ОР.



Рис. 3. Режим "Измерение".

### 3. Порядок выполнения работы

- 3.1. Выбрать заданный преподавателем номер варианта.
- 3.2. Исследовать влияние значений длины волны и радиусов кривизны зеркал на распределение поля внутри резонатора (режим "Анализ", см. рис.2).
- 3.3. Для заданных параметров резонатора и длине волны определить значения радиусов кривизны зеркал, добротности резонатора и коэффициента средних распределенных потерь.  
Значения параметров рассчитываются по результатам измерений (режим "Измерение", см. рис.3):
  - а) минимального эффективного размера пучка;
  - б) расстояния Рэлея;
  - в) постоянной времени затухания.
- 3.4. Оценить погрешности рассчитанных значений параметров.

### 3.5. Оформить отчет, включающий

- титульный лист в принятом на кафедре формате;
- цели работы;
- результаты измерений;
- необходимые вычисления и результаты расчетов с указанием значений погрешностей;
- выводы

## 4. Контрольные вопросы

1. Почему в оптическом диапазоне частот применяются не объемные, а открытые резонаторы?
2. В открытом резонаторе могут возбуждаться  $T_{mn}$ -колебания. Что можно сказать о структуре полей этих колебаний, исходя из их обозначений?
3. Что представляет собой основное колебание  $T_{00}$ , возникающее в открытом резонаторе?
4. Что представляет собой поперечное колебание  $T_{mn}$ ?
5. Как определяется добротность открытого резонатора? Почему добротность открытого резонатора выше добротности объемного резонатора при равных собственных частотах?
6. Перечислите виды потерь, определяющих добротность открытого резонатора.
7. Какое колебание в открытом резонаторе обладает наименьшими дифракционными потерями?
8. От чего зависят дифракционные потери?
9. Какой вид имеет поперечное и продольное распределение интенсивности поля основного колебания?
10. Как можно уменьшить число продольных и поперечных типов колебаний?
11. Какими факторами определяется радиационная добротность конфокальных открытых резонаторов?
12. Как зависит добротность открытого резонатора от проводимости зеркал?
13. Как зависит амплитуда установившихся колебаний открытого резонатора от проводимости зеркал?
14. Где применяются открытые резонаторы?
15. Что такое «селекция мод» в открытом резонаторе?
16. Дайте определение эффективной ширины гауссова пучка.
17. Дайте определение понятия "расстояние Рэлея".
18. От чего зависит положение наименьшего сечения моды открытого сферического резонатора?
19. Дайте определение постоянной времени затухания колебательного процесса.
20. Приведите зависимость добротности резонатора от значения постоянной времени затухания.

## 2. Библиографический список

1. Электродинамика и распространение радиоволн: учебное пособие / Д.Ю. Муромцев, Ю.Т. Зырянов, П.А. Федюнин и др. - Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2012. - 200 с. ISBN/ISSN:978-5-8256-1146-6. Ссылка Интернет <http://window.edu.ru/resource/211/80211>.
2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн : учебник для вузов / Б.М.Петров .— 2-е изд. испр. — М. : Горячая линия-Телеком, 2007 .— 558с.
3. Основы радиоэлектроники: Электродинамика и распространение радиоволн : Учеб. пособие для вузов / А.М. Кугушев, Н.С. Голубева, В.Н. Митрохин .— М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 .— 368с.

## Лабораторная работа № 11

### "Исследование интерференции электромагнитных волн"

#### 1. Цели и задачи лабораторной работы

Исследование влияния значений длины волны излучения, расстояния между источниками, расстояния до экрана и времени когерентности на интерференционную картину. Оценка значений параметров волнового процесса по результатам измерений характеристик интерференционной картины.

#### 2. Краткие теоретические сведения

Явление интерференции возникает при сложении волн, образованных несколькими источниками. Это явление (так же, как и явление дифракции) является очень характерным для волн любой природы. Под интерференцией понимают явление, при котором при наложении волн происходит пространственное перераспределение интенсивности, т.е. результирующая интенсивность не равна сумме интенсивностей отдельных волн. Характерным признаком интерференции является чередование участков большей и меньшей интенсивности. Чередующиеся участки разной интенсивности называется интерференционной картиной.

В основе интерференции лежит принцип суперпозиции полей, согласно которому напряженность электрического поля (и магнитного тоже), создаваемого двумя волнами, равна сумме напряженностей полей  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_2$ , создаваемых каждой волной в отдельности:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2. \quad (1)$$

Среднее за период значение интенсивности суммарного поля

$$I = \langle E^2 \rangle = \langle (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2\langle \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 \rangle = I_1 + I_2 + I_{12}. \quad (2)$$

Из равенства (2) следует, что результирующая интенсивность отличается от суммы интенсивностей, создаваемых каждой волной в отдельности, на величину  $I_{12}$ , называемую интерференционным членом. Скалярное произведение  $\mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2$  равно нулю, если векторы  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_2$  ортогональны. В этом случае, соответствующем волнам, поляризованным во взаимно перпендикулярных направлениях, интерференция наблюдаться не будет.

Рассмотрим две плоские монохроматические волны в некоторой точке, положение которой определяется радиус-вектором  $\mathbf{r}$

$$E_1 = E_{01} e^{i(\omega t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \phi_1(t))}, \quad (3a)$$

$$E_2 = E_{02} e^{i(\omega t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \phi_2(t))}, \quad (3b)$$

где  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$  - волновые векторы, описывающие каждую из этих волн, причем  $|\mathbf{k}_1| = |\mathbf{k}_2| = |\mathbf{k}|$ ,  $\phi_1(t)$  и  $\phi_2(t)$  - величины, определяющие сдвиг фаз.

Выберем систему координат  $ZOX$  так, чтобы векторы  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$  лежали в плоскости  $ZOX$  и ось  $Z$  была параллельна биссектрисе угла, образованного  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$  (рис. 1).

Учитывая, что в данном случае

$$\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} = k_x x + k_z z = kx \sin \alpha + kz \cos \alpha$$

и

$$\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} = -k_x x + k_z z = -kx \sin \alpha + kz \cos \alpha,$$

выражения (3) для плоских волн запишутся в виде

$$E_1 = E_{01} e^{i(\omega t - kx \sin \alpha - kz \cos \alpha + \varphi_1(t))} \quad (4a)$$

$$E_2 = E_{02} e^{i(\omega t + kx \sin \alpha - kz \cos \alpha + \varphi_2(t))}. \quad (4b)$$

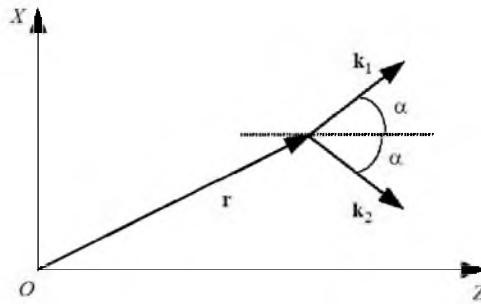


Рис. 1. Волновые векторы двух плоских волн.

Интенсивность суммарного поля волн (4)

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} (E_1 + E_2)(E_1 + E_2)^* = \\ &= \frac{1}{2} \left( E_{01} e^{-ikx \sin \alpha + \varphi_1(t)} + E_{02} e^{ikx \sin \alpha + \varphi_2(t)} \right) \left( E_{01} e^{ikx \sin \alpha + \varphi_1(t)} + E_{02} e^{-ikx \sin \alpha + \varphi_2(t)} \right) = \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2kx \sin \alpha) \langle \cos(\varphi_2(t) - \varphi_1(t)) \rangle. \end{aligned} \quad (5)$$

Если сдвиг фаз  $\varphi_2(t) - \varphi_1(t)$  беспорядочно изменяется с течением времени, то

$$\langle \cos(\varphi_2(t) - \varphi_1(t)) \rangle = 0 \quad \text{и} \quad I = I_1 + I_2, \quad (6)$$

т.е имеет место простое суммирование интенсивностей и интерференция наблюдаться не будет.

Если сдвиг фаз не зависит от времени, т.е.

$$\varphi_2(t) - \varphi_1(t) = \varphi_2 - \varphi_1 = \text{const}$$

то в этом случае результирующая интенсивность

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2kx \sin \alpha) \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (7)$$

и будет наблюдаться интерференция.

Волны для которых сдвиг фаз остается постоянным на время, достаточное для наблюдения, называются когерентными.

В общем случае качество интерференционной картины можно оценить, используя комплексную величину степени когерентности

$$\gamma_{12}(\Delta t) = \langle E_{01}(t + \Delta t) E_{02}^*(t) \rangle / \sqrt{\langle E_{01}^2 \rangle \langle E_{02}^2 \rangle}, \quad (8)$$

где  $\Delta t$  - временной сдвиг между волнами.

С помощью (8) выражение для интенсивности суммарного поля (5) принимает вид

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2kx \sin \alpha) \operatorname{Re}(\gamma_{12}). \quad (9)$$

Модуль степени когерентности изменяется в пределах от 0 до 1. Минимальное значение  $\Delta t$ , при котором модуль степени когерентности становится равным нулю, называется временем когерентности. Величину  $|\gamma_{12}|$  можно определить, измерив контраст интерференционной картины

$$\Phi = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (10)$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  - максимальное и минимальное значения интенсивности интерференционной картины.



Рис. 2. Режим "Анализ".



Рис. 3. Режим "Измерение".

### **3. Порядок выполнения работы**

- 3.1. Выбрать заданный преподавателем номер варианта.
- 3.2. Исследовать влияние значений длины волны излучения, расстояния между источниками, расстояния до экрана и времени когерентности на интерференционную картину (режим "Анализ", см. рис.2).
- 3.3. Для заданных параметров источников излучения определить значение требуемого параметра, ширину спектральной линии излучения и зависимость модуля степени когерентности от временного сдвига интерферирующих волн.  
Значения параметров рассчитываются по результатам измерений (режим "Измерение", см. рис.3):
  - а) расстояний между минимумами интерференционной картины (временной сдвиг - в положении 1 нс);
  - б) зависимости значения контраста от временного сдвига;
  - в) времени когерентности.
- 3.4. Рассчитать и построить зависимость значения модуля степени когерентности от временного сдвига сигналов.
- 3.5. Оценить погрешности рассчитанных значений параметров.
- 3.6. Оформить отчет, включающий
  - титульный лист в принятом на кафедре формате;
  - цели работы;
  - графики распределения интенсивности поля в плоскости экрана и зависимости значения модуля степени когерентности от временного сдвига сигналов;
  - результаты измерений;
  - необходимые вычисления и результаты расчетов с указанием значений погрешностей;
  - выводы.

### **4. Контрольные вопросы**

1. Сформулируйте условия применимости методов геометрической оптики.
2. Сформулируйте условия применимости методов волновой оптики.
3. Дайте определение пространственной когерентности электромагнитного поля.
4. Как количественно оценивается пространственная когерентность.
5. Дайте определение временной когерентности электромагнитного поля.
6. Как количественно оценивается времененная когерентность.
7. Как связана интерференционная картина с пространственной когерентностью.
8. Как связана интерференционная картина с временной когерентностью.
9. Дайте определение степени когерентности.
10. Дайте определение ширины спектральной линии излучения.
11. Дайте определение контраста интерференционной картины.
12. Как связано расстояние между максимумами интерференционной картины с длиной волны излучения?
13. Как связано расстояние между максимумами интерференционной картины с расстоянием до источников?
14. Как связано расстояние между максимумами интерференционной картины с расстоянием между источниками?
15. Как изменится интерференционная картина, если один из источников приблизится к экрану?
16. Как изменится интерференционная картина, если один из источников удалится от другого, оставаясь на том же расстоянии от экрана?

17. Как изменится интерференционная картина, если один из источников приблизится к экрану, а другой удалится на то же расстояние?
18. Как, используя интерференционную картину, оценить частоту излучения?
19. Как значение контраста интерференционной картины связано со степенью когерентности?
20. Как связана интенсивность поля в максимуме интерференционной картины с амплитудами волн?

## **2. Библиографический список**

1. Электродинамика и распространение радиоволн: учебное пособие / Д.Ю. Муромцев, Ю.Т. Зырянов, П.А. Федюнин и др. - Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2012. - 200 с. ISBN/ISSN:978-5-8256-1146-6. Ссылка Интернет <http://window.edu.ru/resource/211/80211>.
2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн : учебник для вузов / Б.М.Петров .— 2-е изд. испр. — М. : Горячая линия-Телеком, 2007 .— 558с.
3. Основы радиоэлектроники: Электродинамика и распространение радиоволн : Учеб. пособие для вузов / А.М. Кугушев, Н.С. Голубева, В.Н. Митрохин .— М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 .— 368с.

## Лабораторная работа № 12

### "Поле излучения прямолинейного электрического тока"

#### 1. Цели и задачи лабораторной работы

Исследование влияния длины проводника и фазовой скорости бегущей по нему волны электрического тока на распределение амплитуды напряженности возбуждаемого электромагнитного поля в дальней зоне излучения.

#### 2. Краткие теоретические сведения

Источник электромагнитного поля в виде прямолинейного проводника с электрическим током на практике используется либо в качестве самостоятельного излучающего устройства, либо как составной элемент более сложной антенны. Пусть бесконечно тонкий прямолинейный проводник с током длиной  $L$  расположен вдоль оси  $z$  так, что начало системы координат находится в его середине.

На расстояниях от проводника, много больших длины волны и длины проводника, электромагнитное поле имеет вид уходящей сферической волны. Поэтому эту область пространства называют зоной излучения или дальней зоной. Составляющие напряженностей электромагнитного поля проводника с током в дальней зоне

$$\dot{E}_\theta = \frac{i}{2\lambda} Z_b \frac{e^{-ikr}}{r} \sin \theta \int_{-L/2}^{L/2} \dot{I}(z) e^{ikz' \cos \theta} dz', \quad (1a)$$

$$\dot{H}_\phi = \frac{\dot{E}_\theta}{Z_b}, \quad (1b)$$

где  $Z_b$  - волновое сопротивление среды,  $\lambda$  - длина волны,  $k$  - волновое число,  $\dot{I}(z)$  - распределение электрического тока вдоль проводника.

Если сторонняя напряженность поля приложена в конце проводника (например, в точке  $z = -L/2$ ), то в нем возникает волна, движущаяся с некоторой скоростью  $V_\phi$  к противоположному концу. При наличии на этом конце согласованной нагрузки, поглощающей энергию падающей волны, в проводнике устанавливается режим бегущих волн. В этом случае распределение тока по длине проводника будет определяться функцией

$$\dot{I}(z) = I_0 e^{-ik_1(z+L/2)}, \quad (2)$$

где  $k_1 = \omega/V_\phi$ .

В дальней зоне напряженность электрического поля, возбуждаемого бегущей волной тока (2), в соответствии с (1a) имеет вид

$$\dot{E}_\theta = \frac{i}{\lambda} Z_b I_0 e^{-ik_1 \frac{L}{2}} \frac{e^{-ikr}}{r} \sin \theta \frac{\sin \left[ \frac{L}{2} (k_1 - k \cos \theta) \right]}{k_1 - k \cos \theta}. \quad (3)$$

Следовательно, характеристика направленности источника по напряженности имеет вид

$$Em(\theta) = E_0 \sin \theta \frac{\sin \xi}{\xi}, \quad (4)$$

$$\text{где } \xi = \frac{L}{2} (k_1 - k \cos \theta), E_0 = \text{const.}$$

Если частота генератора известна, то измерения значений характеристики направленности, соответствующих максимальному и нулевым значениям поля дают возможность с помощью выражения (4) определить значения длины проводника и фазовой скорости волны тока.

### 3. Порядок выполнения работы

- 3.1. Выбрать заданный преподавателем номер варианта.
- 3.2. Исследовать влияние длины проводника и фазовой скорости волны электрического тока на распределение амплитуды напряженности возбуждаемого электромагнитного поля в дальней зоне излучения (режим "Анализ", см. рис.1).

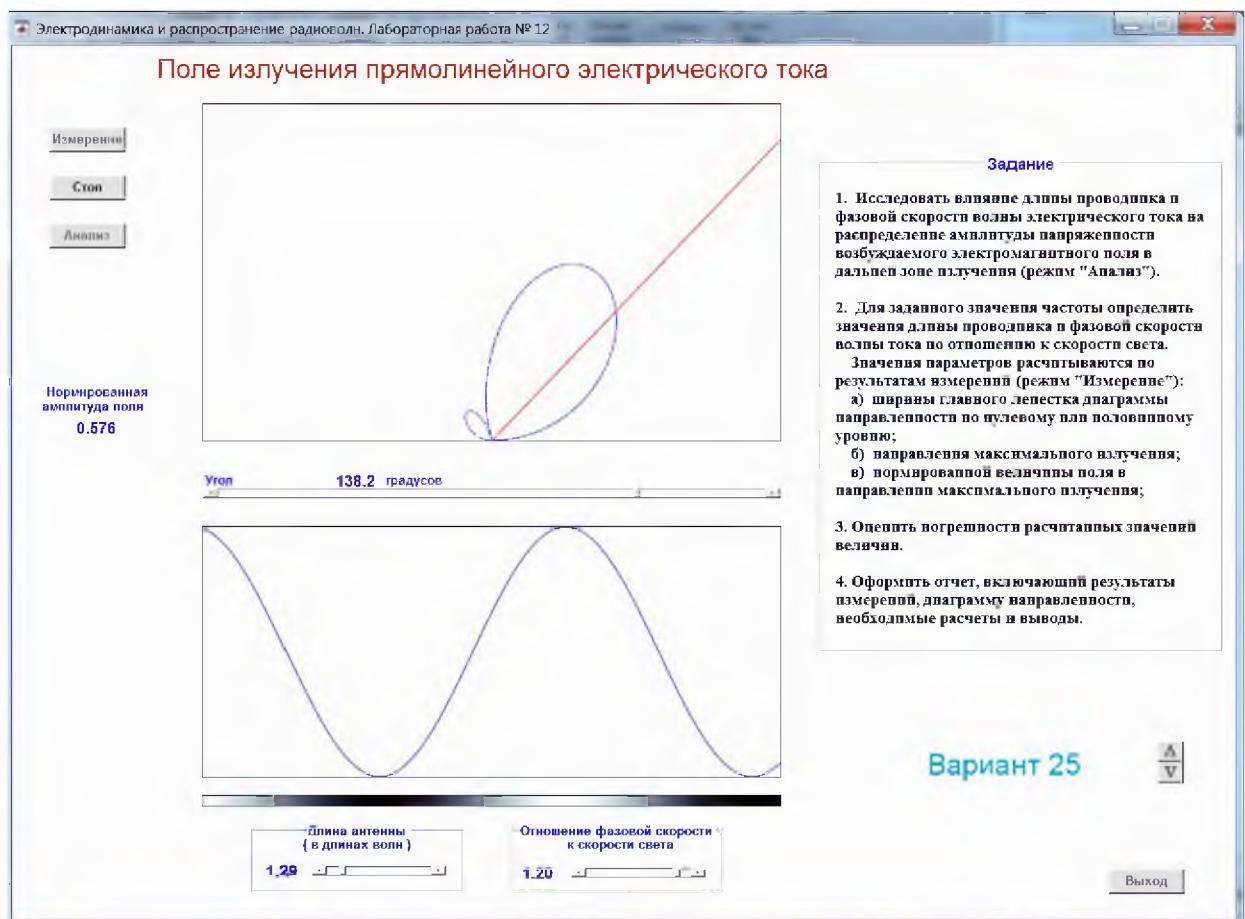


Рис. 1. Режим "Анализ".

- 3.3. Для заданного значения частоты определить значения длины проводника и фазовой скорости волны тока по отношению к скорости света.  
Значения параметров рассчитываются по результатам измерений (режим "Измерение", см. рис.2):  
  - а) ширины главного лепестка диаграммы направленности по нулевому или половинному уровню;
  - б) направления максимального излучения;
  - в) нормированной величины поля в направлении максимального излучения.

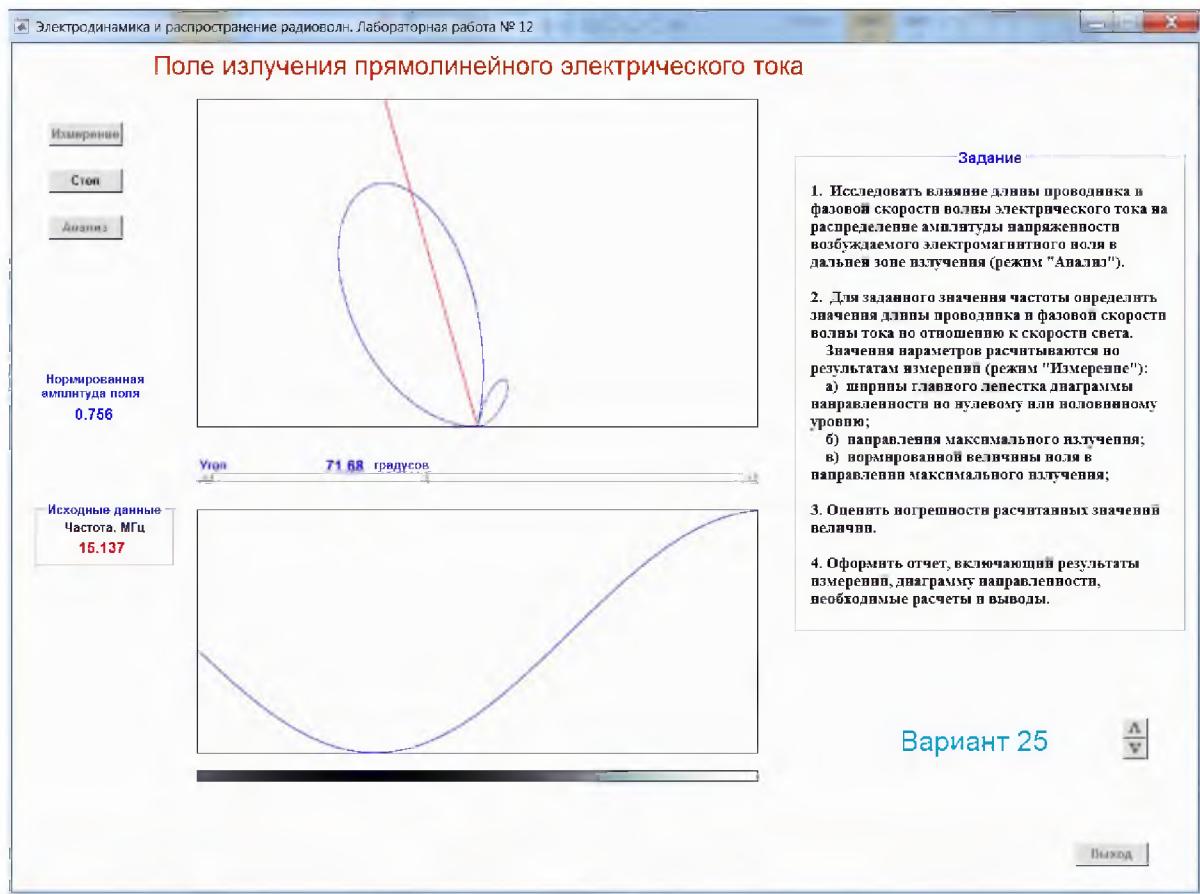


Рис. 2. Режим "Измерение".

3.4. Оценить погрешности рассчитанных значений параметров.

3.5. Оформить отчет, включающий

- титульный лист в принятом на кафедре формате;
- цели работы;
- диаграмму направленности исследованного источника излучения;
- результаты измерений;
- необходимые вычисления и результаты расчетов с указанием значений погрешностей;
- выводы.

#### 4. Контрольные вопросы

1. Дайте формулировку внешней задачи электродинамики.
2. Опишите общие свойства поля излучения системы токов.
3. В чем состоит роль условия излучения при решении внешних задач?
4. Что называют диаграммой направленности антенны?
5. Назовите основные свойства электромагнитного поля антенны в ближней зоне.
6. Назовите основные свойства электромагнитного поля антенны в промежуточной зоне.
7. Назовите основные свойства электромагнитного поля антенны в дальней зоне.
8. Почему дальняя зона антенны называется зоной излучения?
9. Какими параметрами и функциями координат определяется напряженность электрического поля в дальней зоне антенны?
10. Что можно сказать о среднем значении вектора Пойнтинга в дальней зоне антенны?
11. Дайте определение сопротивления излучения. От каких факторов зависит его значение?

12. Как значение фазовой скорости бегущей по проводнику волны тока влияет на диаграмму направленности?
13. Чем определяется количество боковых лепестков диаграммы направленности?
14. Поясните с физической точки зрения наличие в диаграмме направленности нулевых значений.
15. Почему отсутствует излучение в направлениях, параллельных линейному току?
16. От каких факторов зависит ширина главного лепестка диаграммы направленности?
17. От каких факторов зависит направление главного лепестка диаграммы направленности?
18. Чему равно угловое расстояние между нулями главного лепестка диаграммы направленности?
19. Чему равно угловое расстояние между нулями бокового лепестка диаграммы направленности?
20. Как определить количество боковых лепестков в диаграмме направленности линейного тока?

## **2. Библиографический список**

1. Электродинамика и распространение радиоволн: учебное пособие / Д.Ю. Муромцев, Ю.Т. Зырянов, П.А. Федюнин и др. - Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2012. - 200 с. ISBN/ISSN:978-5-8256-1146-6. Ссылка Интернет <http://window.edu.ru/resource/211/80211>.
2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн : учебник для вузов / Б.М.Петров .— 2-е изд. испр. — М. : Горячая линия-Телеком, 2007 .— 558с.
3. Основы радиоэлектроники: Электродинамика и распространение радиоволн : Учеб. пособие для вузов / А.М. Кугушев, Н.С. Голубева, В.Н. Митрохин .— М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 .— 368с.

## Лабораторная работа № 13

### "Продольное распространение волны в намагниченном феррите"

#### 1. Цели и задачи лабораторной работы

Исследование влияния параметров феррита и постоянного поля подмагничивания на распространение плоской электромагнитной волны и расчёт значений относительной диэлектрической проницаемости феррита, напряженности намагничивающего поля и намагниченности насыщения.

#### 2. Краткие теоретические сведения

Находящийся в постоянном магнитном поле феррит с точки зрения макроскопической электродинамики представляет собой анизотропную среду. Для плоской гармонической волны, распространяющейся вдоль направления намагничивающего поля, феррит с пренебрежимо малыми потерями описывается тензором магнитной проницаемости

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_x & -ia & 0 \\ ia & \mu_x & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где

$$\mu_x = \mu_0 \left( 1 - \frac{\omega_m \omega_0}{\omega^2 - \omega_m^2} \right), \quad a = \mu_0 \frac{\omega \omega_0}{\omega^2 - \omega_m^2}; \quad (2)$$

$$\omega_m = \Psi H_+, \quad \omega_0 = \Psi J_+, \quad \Psi = \mu_0 \frac{q_0}{m_0}; \quad (3)$$

$H_+$  - напряженность постоянного магнитного поля намагничивания,  $J_+$  - намагниченность насыщения,  $\mu_0$  - магнитная постоянная,  $q_0$  и  $m_0$  - величины заряда и массы электрона соответственно.

В среде, характеризующейся магнитной проницаемостью (1), распространение гармонической волны линейной поляризации сопровождается вращением плоскости поляризации (эффект Фарадея). Причина этого – в наличии двух собственных волн среды, у каждой из которых напряженность магнитного поля имеет круговую поляризацию, но с разными направлениями вращения и разными волновыми числами. У волны с левым направлением вращения волновое число

$$k_1 = \omega \sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu_0 \left( 1 + \frac{\omega_0}{\omega_m + \omega} \right)}, \quad (4)$$

а у волны с правым направлением вращения волновое число

$$k_2 = \omega \sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu_0 \left( 1 + \frac{\omega_0}{\omega_m - \omega} \right)}. \quad (5)$$

Волну с линейной поляризацией можно представить суперпозицией двух волн с круговой поляризацией и разными направлениями вращения. В намагниченном феррите эти волны распро-

строятся с разными фазовыми скоростями ( $v_1 = \omega/k_1$  и  $v_2 = \omega/k_2$ ), в результате чего суммарный вектор магнитного поля отклоняется в процессе распространения от первоначального направления.

При  $\omega = \omega_m$  волна с правым направлением вращения испытывает очень сильное поглощение (в реальном феррите) и поле в этом случае существует только в виде волны с левым направлением вращения.

Значения элементов тензора (1), а также параметров феррита ( $\epsilon$ ,  $H_s$  и  $J_s$ ) можно определить на основе результатов экспериментальных измерений:

- 1) фазовой скорости волны в феррите при отсутствии подмагничивания (волна распространяется как в обычном диэлектрике);
- 2) частоты гиромагнитного резонанса при включенном подмагничивании;
- 3) фазовой скорости волны с левым направлением вращения вектора магнитного поля при  $\omega = \omega_m$ .



Рис. 1. Режим "Анализ".



Рис. 2. Режим "Измерение".

### 3. Порядок выполнения работы

- Выбрать заданный преподавателем номер варианта.
- Исследовать влияние значений частоты, относительной диэлектрической проницаемости, напряженности поля подмагничивания и намагнченности насыщения феррита на величину напряженности магнитного поля плоской волны (режим "Анализ", см. рис.1).
- Для заданного образца феррита определить значения относительной диэлектрической проницаемости, напряженности поля подмагничивания и намагнченности насыщения. Значения параметров рассчитываются по результатам измерений (режим "Измерение", см. рис.2):
  - фазовой скорости волны при отсутствии подмагничивания;
  - частоты гиромагнитного резонанса;
  - фазовой скорости волны, распространяющейся в феррите при частоте гиромагнитного резонанса.
- Оценить погрешности рассчитанных значений параметров.
- Оформить отчет, включающий
  - титульный лист в принятом на кафедре формате;
  - цели работы;
  - результаты измерений;
  - необходимые вычисления и результаты расчетов с указанием значений погрешностей;
  - выводы.

#### **4. Контрольные вопросы**

1. Дайте определение анизотропной среды и приведите примеры таких сред.
2. Что называют вектором намагниченности?
3. Дайте геометрическую интерпретацию движения вектора намагниченности феррита.
4. Дайте определение частоты гиромагнитного резонанса.
5. Какие приближения использовались при выводе выражений тензоров магнитной восприимчивости и магнитной проницаемости намагниченного феррита?
6. Дайте определение гиротропной среды.
7. Что происходит с плоской электромагнитной волной линейной поляризации при распространении в ферромагнитной среде при продольном подмагничивании?
8. К чему приводит анизотропия среды при распространении плоской волны?
9. Опишите особенности продольного распространения плоских волн в намагниченном феррите.
10. Какими факторами определяется скорость распространения волн с круговой поляризацией в намагниченном феррите?
11. Опишите явление продольного гиромагнитного резонанса и эффект Фарадея.
12. Дайте определение постоянной Фарадея.
13. Если в ферромагнитную среду проникает плоская волна с круговой поляризацией, то что можно сказать о волновом процессе внутри среды при отсутствии подмагничивания?
14. Если в ферромагнитную среду проникает плоская волна с правой круговой поляризацией, то что можно сказать о волновом процессе внутри среды при наличии подмагничивания с направлением, совпадающим с направлением движения волны, если частота волны равна частоте гиромагнитного резонанса?
15. Если в ферромагнитную среду проникает плоская волна с линейной поляризацией, то что можно сказать о волновом процессе внутри среды при наличии подмагничивания с направлением, совпадающим с направлением движения волны, если частота волны равна частоте гиромагнитного резонанса?
16. Если в ферромагнитную среду проникает плоская волна с линейной поляризацией, то что можно сказать о волновом процессе внутри среды при наличии подмагничивания с направлением, совпадающим с направлением движения волны, если частота волны больше частоты гиромагнитного резонанса?
17. Объясните причину вращения плоскости поляризации линейно поляризованной волны, распространяющейся в продольно намагниченном феррите при частоте, меньшей частоты гиромагнитного резонанса. Каково направление вращения плоскости поляризации?
18. Поясните изменение характера волнового процесса внутри продольно намагниченного феррита при изменении величины напряженности поля подмагничивания, если в феррит проникает волна линейной поляризации.
19. Поясните изменение характера волнового процесса внутри продольно намагниченного феррита при изменении величины напряженности поля подмагничивания, если в феррит проникает волна с левой круговой поляризацией.
20. Приведите пример устройства, использующего эффект Фарадея и опишите проходящие в нем физические процессы.

#### **2. Библиографический список**

1. Электродинамика и распространение радиоволн: учебное пособие / Д.Ю. Муромцев, Ю.Т. Зырянов, П.А. Федюнин и др. - Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2012. - 200 с. ISBN/ISSN:978-5-8256-1146-6. Ссылка Интернет <http://window.edu.ru/resource/211/80211>.

2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн : учебник для вузов / Б.М.Петров .— 2-е изд. испр. — М. : Горячая линия-Телеком, 2007 .— 558с.
3. Основы радиоэлектроники: Электродинамика и распространение радиоволн : Учеб. пособие для вузов / А.М. Кугушев, Н.С. Голубева, В.Н. Митрохин .— М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 .— 368с.