

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт горного дела и строительства
Кафедра «Строительство, строительные материалы и конструкции»

Утверждено на заседании кафедры
«Строительство, строительные материалы и
конструкции»
«18 » января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

 А.А. Трещёв

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к самостоятельной работе студентов
по дисциплине**

«Вариационные методы в механике деформируемого твердого тела»

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы магистратуры**

по направлению подготовки
08.04.01 «Строительство»

с направленностью (профилем)
Теория и проектирование зданий и сооружений

Формы обучения: очная, заочная

Идентификационный номер образовательной программы: 080401-04-22

Тула 2022 год

Разработчик методических указаний

Теличко В.Г., доцент, к.т.н.
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

Теличко
(подпись)

I Цель и задачи самостоятельной внеаудиторной работы студента

Самостоятельная работа способствует углублению, закреплению и обобщению теоретического материала, выявлению способностей студента к практическому решению конкретных задач механики деформируемого твердого тела.

Целью самостоятельной работы является ознакомление студента с приложением вариационных методов к задачам механики деформируемого твердого тела.

Очная форма обучения

| № п/п | Виды и формы самостоятельной работы |
|-----------|--|
| 3 семестр | |
| 1 | Выполнение контрольно-курсовой работы |
| 2 | Подготовка к практическим (семинарским) занятиям |
| 3 | Подготовка к промежуточной аттестации и ее прохождение |

Заочная форма обучения

| № п/п | Виды и формы самостоятельной работы |
|-----------|--|
| 3 семестр | |
| 1 | Выполнение контрольно-курсовой работы |
| 2 | Подготовка к практическим (семинарским) занятиям |
| 3 | Подготовка к промежуточной аттестации и ее прохождение |

II Содержание вопросов самостоятельной работы

Вопросы, выносимые на самостоятельную проработку, изучаются по учебникам и конспектируются в течение семестра параллельно с аудиторными занятиями, выносятся на зачет и содержатся в тестах.

| № п/п | Наименование видов самостоятельной рабо- ты | Трудоемкость (в академиче- ских часах) | Методические материалы |
|--------------------------------------|--|--|---|
| <i>Очная форма обучения</i> | | | |
| <i>3-й семестр</i> | | | |
| 1. | Самостоятельное изучение разделов содержания дисциплины: 3.1. Система научных и инженерных расчетов MATLAB 3.2. Универсальный математический пакет MAPLE | 4 4 | [4] (см. п. 9.1), [1] (см. п. 9.2) |
| 2. | Подготовка к практическим занятиям | 4 | [1] (см. п. 9.6) |
| 3. | Выполнение КР | 20 | [1,2] (см. п. 9.7) |
| 4. | Подготовка к зачету | 4 | |
| <i>Итого</i> | | 36 | |
| <i>Заочная форма обучения</i> | | | |
| <i>3-й семестр</i> | | | |
| 5. | Самостоятельное изучение разделов содержания дисциплины: | | [4] (см. п. 9.1), |

| № п/п | Наименование видов самостоятельной работы | Трудоемкость (в академических часах) | Методические материалы |
|--------------|--|---|---------------------------|
| | 3.1. Система научных и инженерных расчетов MATLAB 3.2. Универсальный математический пакет MAPLE | 11 11 | [1] (см. п. 9.2) |
| 6. | Подготовка к практическим занятиям | 11 | [1] (см. п. 9.6) |
| 7. | Выполнение КР | 20 | [1,2] (см. п. 9.7) |
| 8. | Подготовка к зачету | 11 | |
| Итого | | 64 | |

Курсовая работа на тему «Решение дифференциальных уравнений в частных производных».

Процесс выполнения КР контролируется раз в две недели путем процентной оценки. Полностью оформленная работа предоставляется на кафедру для рецензирования не позднее 12-ой недели семестра. Итоговый контроль выполнения КР проводится в ходе её защиты.

Задание формируется в индивидуальном порядке в рамках темы магистерской диссертации и включает в качестве исходного материала научную статью по направлению исследований магистранта, подготовленную им самим, его научным руководителем или другим исследователем в соответствующей предметной области.

Примерное задание

Задание 5. Пространственное распределение концентрации некоторого вещества-примеси в неподвижной среде-«растворителе» описывается уравнением диффузии:

$$\frac{\partial N}{\partial t} - \operatorname{div}[D \operatorname{grad}(N)] = Q,$$

где N - объёмная концентрация, D - коэффициент диффузии, $D \operatorname{grad}(C)$ - плотность потока переноса примеси в процессе диффузии, Q - объёмная плотность источника примеси.

Проводится диффузационная обработка участка кремния, на котором предполагается разместить интегральную схему. Для этого на поверхность эпитаксиального слоя n-типа наносится акцепторная примесь, вследствие чего в приповерхностном слое объемная концентрация равна N_0 . После этого для диффузационной обработки образец помещают в печь на 1 час.

Рассчитайте процесс диффузии в образце $N(x, t)$ при указанных в таблице данных. Объемные источники диффузии отсутствуют: $Q = 0$.

| Параметр | Вариант | | | | | |
|---------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | 5-1 | 5-2 | 5-3 | 5-4 | 5-5 | 5-6 |
| $D, \text{ м}^2/\text{с}$ | $2,8 \cdot 10^{-6}$ | $1,5 \cdot 10^{-5}$ | $5,2 \cdot 10^{-6}$ | $0,8 \cdot 10^{-5}$ | $2,5 \cdot 10^{-6}$ | $1,2 \cdot 10^{-6}$ |
| $N_0, \text{ м}^{-3}$ | $1,9 \cdot 10^{25}$ | $2,5 \cdot 10^{26}$ | $3,3 \cdot 10^{25}$ | $2,2 \cdot 10^{24}$ | $4,5 \cdot 10^{25}$ | $6,4 \cdot 10^{21}$ |

Порядок выполнения работы

1. Формализуйте задачу для решения на ЭВМ. В случае необходимости произведите нормировку ДУЧП и другие преобразования, облегчающие решение на ЭВМ.

2. Выберите программную реализацию решения (с помощью специальных встроенных процедур в пакетах MATLAB, MathCAD или в виде отдельной программы на языке высокого уровня).

3. Выполните расчет на ЭВМ.

4. Оформите отчет по работе.

При любом варианте выбора исходного материала, он должен иметь объем на менее 0,5 авторского листа (20 000 печатных знаков прозаического текста или 1 500 см² площади изображений) и содержать, кроме текста, другие виды информационных сообщений: формулы, таблицы, графики, диаграммы, рисунки, чертежи и пр.

В ходе работы магистрант формирует файл отчета, удовлетворяющий требованиям стандарта оформления отчета о НИР (ГОСТ 7.32-2001) в текстовом процессоре MS Word.

Для формирования и автонумерации формульных изображений используется редактор MathType или его ядро Equation Editor, встроенное в MS Word.

Растровые рисунки, полученные средствами визуализации математических пакетов общего назначения, обрабатываются в среде типа PhotoShop. Векторные иллюстрации создаются пользователем в средах типа MS Visio, Adobe Illustrator, Corel Draw.

III Вопросы для самоконтроля

1. Перечислить основные шаги численного моделирования.
2. Основное уравнение МКЭ.
3. Перечислить шаги общего алгоритма МКЭ.
4. Перечислить атрибуты конечных элементов.
5. Дать классификацию конечных элементов.
6. Дать понятие граничных условий. Перечислить типы граничных условий в задачах механики конструкций.
7. Дать определение плоско-напряженного и плоско-деформированного состояния.
8. Записать общую систему уравнений плоской задачи теории упругости.
9. Записать граничные условия плоской задачи теории упругости.
10. Сформулировать принцип минимума потенциальной энергии.
11. Вычислить вариацию потенциальной энергии деформации тела.
12. Вычислить элементарную работу внешних сил.
13. Дать понятие параметрического представления функций.
14. Перечислить основные свойства треугольной системы координат.
15. Записать интерполяционные соотношения линейного треугольного элемента.
16. Записать формулы вычисления частных производных функции на треугольном элементе.
17. Вычислить матрицу градиентов линейного треугольного элемента.
18. Вычислить элементную матрицу жесткости и элементного вектора узловых сил.
19. Что называется энергией элемента u
A)векторное произведение $[Au, u]$;
B) $A \cdot u$;
C)скалярное произведение (Au, u) .
20. Если оператор A положительно определенный, то имеет место теорема, в силу которой все элементы пространства H_A
A)не принадлежат также исходному гильбертову пространству H
B)принадлежат также исходному гильбертову пространству H
C)принадлежат также исходному энергетическому пространству H_A
21. Пограничной полосой области Ω называется
A)совокупность тех ее точек, расстояния которых до границы S не превосходят 1;
B)совокупность тех ее точек, расстояния которых до границы S больше заданного числа δ ;
C)совокупность тех ее точек, расстояния которых до границы S не превосходят некоторого заданного числа δ .
22. Дайте определение обобщенной производной

А)Функция $w(x)$ называется обобщенной производной, если $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\Omega'} |u_n(x) - u(x)| dx = 1$

$$\text{и } \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\Omega'} \left| \frac{\partial^k u_n}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \dots \partial x_{i_k}} - w(x) \right| dx = 1;$$

Б) Функция $w(x)$ называется обобщенной производной, если

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\Omega'} |u_n(x) - u(x)| dx = 0 \text{ и } \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\Omega'} \left| \frac{\partial^k u_n}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \dots \partial x_{i_k}} - w(x) \right| dx = 0;$$

С) Функция $w(x)$ называется обобщенной производной, если

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\Omega'} |u_n(x) - u(x)| dx = 0 \text{ и } \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\Omega'} \left| \frac{\partial^k u_n}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \dots \partial x_{i_k}} - w(x) \right| dx = 1;$$

23. Укажите верное утверждение

А)Если $u(x) \notin W_2^{(1)}(\Omega)$ и $u=0$ на части границы s , то $\int_{\Omega} u^2 dx \leq B \int_{\Omega} (\operatorname{grad} u)^2 dx.$;

Б)Если $u(x) \in W_2^{(1)}(\Omega)$ и $u=0$ на части границы s , то $\int_{\Omega} u^2 dx \leq B \int_{\Omega} (\operatorname{grad} u)^2 dx.$;

С)Если $u(x) \in W_2^{(1)}(\Omega)$ и $u=0$ на части границы s , то $\int_{\Omega} u^2 dx < B \int_{\Omega} (\operatorname{grad} u)^2 dx..$

24. Гильбертово пространство это

А)обобщение n -мерного евклидова пространства на бесконечномерный случай;

В)обобщение n -мерного банахова пространства на бесконечномерный случай;

С)обобщение 3-мерного евклидова пространства на n -мерный случай.

25. При каких условиях система Ритца единственным образом разрешима

А)когда определитель системы Ритца равен нулю;

Б)когда определитель системы Ритца отличен от нуля;

С)когда определитель системы Ритца равен единице.

26. Последовательность приближенных решений, построенных по методу Ритца, есть

А)минимум для функционала $F(u) = |u|^2 - 2(u, f) = |u|^2 - 2[u, u_0] = |u - u_0|^2 - |u_0|^2;$

Б)максимизирующая последовательность для функционала ;

С)минимизирующая последовательность для функционала

$$F(u) = |u|^2 - 2(u, f) = |u|^2 - 2[u, u_0] = |u - u_0|^2 - |u_0|^2.$$

27. Какой из методов не пригоден для решения системы Ритца

А)метод Монте-Карло;

Б)метод Зейделя;

С)метод Гаусса.

28. Всегда ли сходятся собственные числа уравнения $A_0 u - \lambda B u = 0$ построенные по методу Бубнова-Галеркина?

А)Иногда;

Б)Всегда;

С)Если сходятся собственные числа уравнения $A u - \lambda u = 0.$

29. Что такое проекционный метод?

А)альтернативное название метода коллокаций;

Б)обобщенный метод Бубнова-Галеркина;

С)метод решения линейных дифференциальных уравнений.

30. Метод Власова-Канторовича заключается

А)в сведении решения краевой задачи для дифференциальных уравнений в частных производных к краевым задачам для обыкновенных дифференциальных уравнений;
В)в сведении решения краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений к краевым задачам для дифференциальных уравнений в частных производных;

С)в повышении размерности задачи.

31. Что такое метод малого параметра

А)Это метод, при применении которого для вычисления n -го приближения пренебрегают членами, имеющими порядок выше n -го;

Б)Это метод, при применении которого для вычисления n -го приближения пренебрегают членами, имеющими порядок выше $(n+1)$ -го;

С)Это метод, при применении которого для вычисления n -го приближения пренебрегают членами, имеющими порядок ниже n -го.;

32. Когда применим метод малого параметра для уравнений вида $Ax + \mu Cx = pP$;

А)Этот метод применим лишь в тех случаях, когда оператор C аналитичен;

Б)Этот метод применим всегда;

С)Этот метод применим лишь в тех случаях, когда оператор C положительно определен.

33. Оператор называется полилинейным, если

А)он линеен относительно каждого из аргументов;

Б)он линеен относительно нескольких своих аргументов;

С)он линеен относительно трех и более своих аргументов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

1. Козлова, Е.С.. Прикладная механика : учеб. пособие / Е. С. Козлова, С. В. Рогов ; ТулГУ .— Тула : Изд-во ТулГУ, 2010 .— 208 с. : ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 978-5-7679-1755-6

2. Лебедев А.В. Численные методы расчета строительных конструкций [электронный ресурс]: учебное пособие/ Лебедев А.В.— Электрон. текстовые данные.— СПб.: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС ACB, 2012.— 55 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/19055>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

3. Кирсанов М.Н. Задачи по теоретической механике с решениями в Maple 11 [Электронный ресурс]/ Кирсанов М.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.— 264 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17240>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Дополнительная литература

1. Аладьев, В.З. MAPLE 6:Решение математических, статистических и инженерно-физических задач / В.З.Аладьев,М.А.Богдявицюс .— М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2001 .— 824с. : ил. + 1 CD .— Библиогр.в конце кн.

2. Поршнев, С.В. Вычислительная математика : курс лекций: учебное пособие для вузов / С.В.Поршнев .— СПб. : БХВ-Петербург, 2004 .— 320с. : ил. — Библиогр.в конце кн. — ISBN 5-94157-400-2 /в пер./ : 82.84.

3. Бахвалов, Н.С. Численные методы : учеб.пособие для вузов / Н.С.Бахвалов,Н.П.Жидков,Г.М.Кобельков .— 5-е изд. — М. : БИНОМ.Лаборатория Знаний, 2007 .— 636с. : ил. — (Классический университетский учебник) .— Библиогр.в конце кн. — ISBN 5-94774-620-4 /в пер./ : 161.50.

4. Вержбицкий, В.М. Основы численных методов : учебник для вузов / В.М.Вержбицкий .— М. : Вышш.шк., 2005 .— 840с. : ил. — Библиогр.в конце кн. — ISBN 5-06-005493-4 /в пер./ : 318.52.

5. Волков, Е.А. Численные методы : Учеб.пособие для вузов / Е.А.Волков .— 3-е изд.,испр. — СПб.и др. : Лань, 2004 .— 256с. — (Учебники для вузов.Спец.лит.) .— Библиогр.в конце кн. — ISBN 5-8114-0538-3 /в пер./ : 76.01.
6. Кетков, Ю.Л. MATLAB 6.x: программирование численных методов / Ю.Л.Кетков,А.Ю.Кетков,М.М.Шульц .— СПб. : БХВ-Петербург, 2004 .— 672с. : ил. — Библиогр.в конце кн. — ISBN 5-94157-373-1 : 141.75.
7. Румянцев А.В. Метод конечных элементов в задачах теплопроводности [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Румянцев А.В.— Электрон. текстовые данные.— Калининград: Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта, 2011.— 113 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/23800>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
8. Численно-аналитические методы решения задач дифракции акустических волн на абсолютно твердых телах и оболочках [Электронный ресурс]/ С.И. Жаворонок [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.— 192 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/24610>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
9. Гринев А.Ю. Основы электродинамики с Matlab [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Гринев А.Ю., Ильин Е.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Логос, 2012.— 176 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13009>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю